

RÁCZ ISTVÁN

doktori munkájáról

Azok az eredmények, melyeket doktori munkájában Ráczy István összefoglalt, az 1992-től az elmúlt évig terjedő időszakban keletkeztek. Tárgyuk, ennek az időszaknak egyik legizgalmasabb és igen intenzív kutatásokat kiváltó fogalma, a feketelyukaké. Ráczy István eredményei a relativitáselmélet és a matematikai fizika vezető folyóirataiban jelentek meg, kisebb részük társszerzőkkel közös dolgozatban, akik a feketelyukak elméletének elismert szakértői.

A munka 1. fejezete, a *Bevezetés*, először is a Schwarzschild-téridő egyszerű, ismert példáján mutatja be a feketelyukak elméletének olyan alapvető fogalmait, mint a *csapdázott felület* és az *eseményhorizont*. Majd áttekinti a feketelyukak fizikájában a 70-es és 80-as években bekövetkezett fejlődés főbb mozzanatait: Annak felismerését, hogy a gravitációs összeomlás végállapota stacionárius, és az eseményhorizont topológiájának leírását. Továbbá ismerteti olyan a főbb kérdéseket, melyek e fejlődés nyomán felvetődtek, mint például a következőt: Kettéhasadó Killing-horizonttal rendelkezik-e egy stacionárius feketelyuk? Végül pedig az értekezés felépítését ismerteti, röviden felsorolva annak főbb eredményeit.

A 2. fejezet a *Feketelyuk-téridők* címmel feketelyukak elméletének alapfogalmait ismerteti, ezek a következők: *csapdázott felület* és *marginálisan csapdázott felület*, az *aszimptotikus tartomány* és ennek *külső kommunikációs tartománya*, a *feketelyuk* és ennek *jövő eseményhorizontja*, *stacionárius feketelyuk*, valamint *stacionárius és tengelyszimmetrikus feketelyuk* és a *Killing-horizont*. Szerepelnek itt még olyan általánosabban is fontos fogalmak, mint a *domináns energiafeltétel* és annak általánosítása, valamint a *Gauss-féle fényszerű koordinátarendszer*. Az utóbbinak fontos szerep jut az értekezésben közölt bizonyításoknál.

De tartalmazza még a 2. fejezet Ráczy István néhány olyan eredményét is melyeknek az elméletben alapvető szerepe van. Ezek az eredmények a *felületi gravitáció* fogalmával kapcsolatosak és különböző feltételeit adja annak, hogy az állandó legyen egy Killing-horizonton. Az első ilyen eredmény szerint az általánosított domináns energiafeltétel teljesülése ennek elegendő feltétele; a második egy olyan szükséges és elegendő feltétel, mely a Killing-mező örvénymezőjén alapul. Az utóbbi feltételből négydimenziós esetben Carter egy eredménye adódik, mely egy elegendő feltétele a felületi gravitáció állandóságának a stacionárius és tengelyszimmetrikus, továbbá tükrözési szimmetriával rendelkező téridők esetén. Végül a felsorolt eredményeinek súlyát érzékelteti egy tétel, mely szerint, ha a felületi gravitáció gradiense nem tűnik el a Killing horizont egy generátorán, akkor a görbületnek szingularitása van ezen a generátoron.

A munka 3. fejezetének címe, *Feketelyuk-téridők lokális kiterjesztése*, ami Ráczy István e fejezetben ismertetett eredményére utal, ezt röviden a következőkben lehet összefoglalni:

Ha egy feketelyuk téridő rendelkezik olyan Killing-horizonttal, melyen a felületi gravitáció állandó, de nem nulla, akkor ez a Killing-horizont egy kettéhasadó Killing-horizontnak a része. De tartalmaz ez a fejezet még további érdekes eredményeket, melyek a sztatikus, meg a stacionárius és tengelyszimmetrikus feketelyuk-téridők esetére vonatkoznak. Egy kettéhasadó Killing horizont esetén ugyanis a Killing-mező által generált 1-paraméteres izometriacsoport  $t = 0 \in \mathbb{R}$  paraméterértéke a kettéhasadási felülethez tartozik, míg a többi  $t = \text{állandó}$  szintfelület, Rácz eredménye szerint, simán tart e kettéhasadási felülethez  $t \rightarrow 0$  esetén. Ez a tétel egy hiányt pótol az Israel-Carter-féle feketelyuk-egyértelműségi tétel ismert bizonyításában. A stacionárius és tengelyszimmetrikus esetre adott bizonyítás természetesen lényegesen eltér a sztatikus esetre adottól.

A 4. fejezet, a *Feketelyuk-téridők globális kiterjesztése* címmel az előző fejezethez kapcsolódva feltételeket ad arra, hogy az ott elkészített lokális beágyazás az egész feketelyuk téridőre kiterjeszthető legyen. A fejezet főeredménye szerint a globális kiterjesztés létezésének egy elegendő feltételrendszere a következő:

*globális hiperbolicitás, az eseményhorizont simasága, továbbá egy olyan Killing-mező létezése, amely az aszimptotikus tartományon időszerű és általa az eseményhorizont egy olyan Killing horizont lesz, mely nemnulla felületi gravitációval rendelkezik.*

Az 5. fejezet *A feketelyukak mint hologramok* címét csak a fejezet tartalma ismeretében lehet majd indokolni. A feketelyuk egyértelműségi tételek alapján az aszimptotikusan sík stacionárius elektrovakuum feketelyuk-téridők áttekinthetővé lettek. A fejezet célja, hogy e vizsgálatokat kiterjessze az úgynevezett *deformált feketelyukak* körére, vagyis a nem feltételenül aszimptotikusan sík és esetleg a feketelyukon kívüli anyagot is tartalmazók körére. Pontosabban egy deformált feketelyukon olyan négydimeziós erősen kauzális stacionárius feketelyuk-téridőt ért, melynek energia-impulzus tenzorát az elektromágneses tér adja, az eseményhorizontján, ami most egy Killing-horizont a felületi gravitáció nemnulla állandó, továbbá hat e téridőn egy egyparaméteres izometriacsoport, mely által indukált Killing-mező fényszerű az eseményhorizonton és nincsen ott fixpontja. Ekkor, a már ismertett lokális kiterjesztési eljárás egy kettéhasadó Killing-horizontot szolgáltat, melynek egyik ága mentén egy Gauss-féle fényszerű koordinátarendszert konstruál, és ennek tartományán vezeti be a Newman-Penrose-formalizmust. E formalizmus segítségével tudja alkalmazni H. Friedrichnek a karakterisztikus kezdőérték problémára vonatkozó eredményeit, és így jut el a fejezet fő eredményéhez, miszerint egy deformált feketelyuk-téridő metrikája egyértelműen meghatározott az eseményhorizontot kifeszítő Killing pályák terén értelmezett mennyiségekkel. Tehát Rácz István kifejezésével élve: *”a kettéhasadási felületre úgy is gondolhatunk mint egy hologramra, melyben a teljes stacionárius feketelyuk-téridő összesűrítve ábrázolható”*.

A munka 6. fejezete, ennek címe: *A tengelyszimmetria létezéséről*, Hawking feketelyuk merevségi tételének analitikus esetről sima esetre történő kiterjesztésével foglalkozik. Egy olyan sima stacionárius elektrovakuum feketelyuk-téridőből kiindulva, melynél az eseményhorizont generátorai affin értelemben multirányban inkomplettek, megmutatja, hogy létezik a horizont feketelyuk-felőli oldalán egy, e horizonttal kompatibilis, Killing-mező, vagyis itt valójában egy Killing-horizontról van szó. A keresett Killing-mező konstrukciónk első lépése annak bizonyítása, hogy a téridő stacionárius volta miatt létező

egyparaméteres  $\Phi_t$ ,  $t \in \mathbb{R}$  izometriacsoportnak egy bizonyos  $t_0 \neq 0$  értékhez tartozó  $\Phi_{t_0}$  eleme a horizont minden egyes generátorát önmagára képezi. Az utóbbi nem triviális állítás Hawking gondolatmenetében bizonyítás nélkül szerepel. A horizont egy környezetén megkonstruált Gauss-féle fényszerű koordinátarendszert, az említett állítás alapján kiterjesztve a horizont mentén, jut el annak belátására, hogy a metrika invariáns a generátorok mentén. Majd a Killing-horizontot tartalmazó téridő lokális és globális kiterjesztésére korábban már alkalmazott módszerrel készíti el azt a kezdőfelületet, mely alapján a karakterisztikus kezdőérték-probléma megoldásával igazolja a keresett Killing-mező létezését.

A 7. fejezet, *A feketelyukak topológiája* címmel, Rácz Istvánnak azokat az eredményeit ismerteti, melyek *Hawking feketelyuk-topológia tételének* kiterjesztéseihez kapcsolódnak. Hawking tétele szerint, megfelelő feltételek mellett, egy feketelyuk eseményhorizontjának globális szelése egy kétdimenziós gömbnek  $S^2$ -nek a topológiájával rendelkezik. Később Hawking bizonyításának módosításával G. Gibbons és E. Woolgar, általánosabb esetben, a szelés genuszától függő alsó korlátot adott a feketelyuk entrópiájára. Majd pedig, húrelméleti vonatkozásoktól motiváltan, G.J. Galloway munkatársaival a fenti eredmények  $n$ -dimenziós feketelyuk-téridőkre való kiterjesztését adták. Ekkor viszont a négydimenzió esetén kétdimenziós szelés Euler-Poincaré-karakterisztikájának helyébe az  $(n-2)$ -dimenziós szelés Yamabe-invariánsa lépett.

Rácz István az említett vizsgálatokhoz kapcsolódva a csapdázott és marginálisan csapdázott felületek, vagyis  $(n-2)$ -dimenziós térszerű részsokaságok, körét kiterjeszti a nemcsapdázottakra is. Itt első lépése az a felismerés, hogy egy olyan csapdázott, marginálisan csapdázott, vagy nemcsapdázott felület esetén, amely sem nem maximális, sem nem minimális, a reá merőleges vektormező irányíthatósága értelmezhető. Majd az előbbi értelemben irányítható kompakt  $(n-2)$ -dimenziós felületek esetén bevezeti a szigorú stabilitás fogalmát, amiről megmutatja, hogy ekvivalens az L. Anderson, M. Mars és W. Simon által korábban már értelmezett analóg fogalommal. Végül pedig bebizonyítja azt a tételt, mely kiterjeszti G. J. Galloway és munkársainak már említett, a marginálisan csapdázott felületek esetére vonatkozó eredményét, általános esetre.

Mint a fentiekből látható Rácz István doktori munkájában összefoglalt eredményei a feketelyukak elméletét igen jelentős új ismertekkel gazdagították. Így javasolom e doktori munka nyilvános vitájának kitűzését, továbbá annak elfogadását mint az MTA doktori fokozatának odaítélésére méltó munkát.

Végül megemlítek néhány kérdést, melyek nem a munka tartalmát érintik, hanem, véleményem szerint, ezekből az eredményekből adódó további lehetőségekre utalnak.

1. Lát-e lehetőséget arra, hogy a 6. fejezet eredményei a tengelyszimmetria fogalmának definíciójában szereplő összes feltétel teljesüléséig fejlődjenek tovább?
2. Míg Hawking feketelyuk-topológiai tételében az eseményhorizont egy szelése szerepel, addig e tétel általánosítását célzó, Galloway és munkatársaitól származó, tételben egy térszerű hiperfelületen levő marginálisan csapdázott felület. Lát-e lehetőséget arra, hogy e két tétel kapcsolata pontosabban tisztázódjon?

Budapest, 2011 február 28.

Szenthe János  
az MTA doktora