A sine-Gordon modell kvantálása

- szemiklasszikus “szoliton kvantálás”

  szoliton tömegkorrekció

  Bohr-Sommerfeld kvantálás kvantumos lélegző spektrum

- integrálhatóság $\mapsto$ magasabb spinű megmaradó mennyiségek

  faktorizáció $+$ Yang Baxter egyenlet $\mapsto$ S matrix

Szoliton kvantálás

m β dimenziós változók QFT-ben külön jelentőség

$$\mathcal{L}_{SG}(x,t) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi(x,t))^2 - U(\Phi) \qquad U(\Phi) = \frac{m^2}{\beta^2}(1-\cos\beta\Phi)$$

szoliton $\Phi_s(x,a^+) = \frac{4}{\beta}\,\mathrm{arctg}(e^{m(x-a^+)})$ $\qquad \Phi_{\bar{s}}(x,a^-) = \frac{2\pi}{\beta} - \Phi_s(x,a^-)$

$$E_{cl}[\Phi_s] \equiv M_{cl} = \frac{8m}{\beta^2}$$

$$\Phi(x,t) = \Phi_s(x) + \xi(x,t) \qquad \xi = \sum_{n=0}^{\infty} \eta_n(x) e^{i\omega_n t}$$

$$\left(-\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2 U}{d\Phi^2}|_{\Phi_s}\right)\eta_n(x) \equiv \left(-\frac{d^2}{dx^2} + m^2\cos(\beta\Phi_s)\right)\eta_n(x) = \omega_n^2 \eta_n(x)$$

szoliton tömeg kvantum korrekciói

$\frac{1}{2}\sum_n \omega_n - E_{vac} + V_{ct}[\Phi_s]$ (normál rendezési) kontratag

$$:V[\Phi]:=V[\Phi]+V_{ct}[\Phi]=\frac{(m^2-\delta m^2)}{\beta^2}\int_{-\infty}^{\infty}dx(1-\cos\beta\Phi)$$

‘text book’ egy hurok eredmény $\delta m^2=-m^2\beta^2\int_0^\Lambda\frac{dk}{\sqrt{k^2+m^2}}$ Λ levágás

$$E_{vac}=-\frac{1}{2}\sum_{k_n}\sqrt{k_n^2+m^2}\qquad 2\pi n=k_nL$$

Dashen Hasslacher Neveu (1975)

$\forall$ ω_n regularizálás és renormálás $(L\to\infty\ \ \Lambda\to\infty)$

$$M_{sol}=M_{cl}+\Delta m=\frac{8m}{\beta^2}-\frac{m}{\pi}\qquad (M_{asol}=M_{sol})$$

$$p=\frac{\beta^2}{8\pi-\beta^2}\qquad M_{sol}=\frac{m}{\pi p}$$