Megmaradó mennyiségek és faktorizáció

m_a tömegű részecske $\qquad p_a = p_0^{(a)} + p_1^{(a)} \qquad \bar{p}_a = p_0^{(a)} - p_1^{(a)}$

$$p_a = m_a e^{\theta_a} \qquad \bar{p}_a = m_a e^{-\theta_a}$$

előre fénykúp $\quad \theta$ valós $\quad$ hátrafelé fénykúp $\quad \mathrm{Im}\,\theta = \pi$

n részecske aszimptotikus állapot $\quad |A_{a_1}(\theta_1)A_{a_2}(\theta_2)\dots A_{a_n}(\theta_n)\rangle_{\substack{in\\out}}$

tömeges elmélet: **rövid távú kölcsönhatás**

in állapot $\quad \nexists \quad$ kölcsönhatás $\quad t \to -\infty \quad$ -re

$$A_{a_1}(\theta_1)A_{a_2}(\theta_2)\dots A_{a_n}(\theta_n) \qquad \theta_1 > \theta_2 > \dots > \theta_n$$

out állapot $\quad \nexists \quad$ kölcsönhatás $\quad t \to \infty$-re

$$A_{b_1}(\theta_1)A_{b_2}(\theta_2)\dots A_{b_n}(\theta_n) \qquad \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_n$$

S mátrix

$$A_{a_1}(\theta_1)A_{a_2}(\theta_2)=\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{\theta'_1<\ldots<\theta'_n}S_{a_1a_2}^{b_1\ldots b_n}(\theta_1,\theta_2;\theta'_1\ldots\theta'_n)A_{b_1}(\theta'_1)\ldots A_{b_n}(\theta'_n)$$

$\theta_1>\theta_2$ és $m_{a_1}e^{\pm\theta_1}+m_{a_2}e^{\pm\theta_2}=m_{b_1}e^{\pm\theta'_1}+\cdots+m_{b_n}e^{\pm\theta'_n}$

megmaradó mennyiségek:

energia-impulzus $P|A_a(\theta)\rangle=m_ae^{\theta}|A_a(\theta)\rangle \quad \bar{P}|A_a(\theta)\rangle=m_ae^{-\theta}|A_a(\theta)\rangle$

s spinű $Q_s|A_a(\theta)\rangle=q_a^{(s)}e^{s\theta}|A_a(\theta)\rangle$ **lokális**

$$Q_s|A_{a_1}(\theta)\ldots A_{a_n}(\theta_n)\rangle=(q_{a_1}^{(s)}e^{s\theta_1}+\cdots+q_{a_n}^{(s)}e^{s\theta_n})|A_{a_1}(\theta)\ldots A_{a_n}(\theta_n)\rangle$$

- nincs részecske keltés
- kezdő és végállapot impulzus halmazai megegyeznek
- az $n\to n$ S-mátrix $2\to 2$ S-mátrixok szorzatára bomlik

Coleman Mandula (1967) Shankar Witten (1978) Parke (1980)

∞ sok $\quad Q_s \quad \mapsto \quad n = m$ és $\quad \theta_i = \theta_i' \qquad q_{a_i}^{(s)} = q_{b_i}^{(s)} \qquad i = 1 \ldots n$

“eltolási érv”: $\quad \sim p_1$ impulzusú $\quad \sim x_1 \quad$ helyű hullámfüggvény x térben

$$\psi(x) \propto \int_{-\infty}^{\infty} dp e^{-a^2(p-p_1)^2} e^{ip(x-x_1)}$$

operátor hatása: szoroz $e^{-i\phi(p)}$-el

$$\tilde{\psi}(x) \propto \int_{-\infty}^{\infty} dp e^{-a^2(p-p_1)^2} e^{ip(x-x_1)} e^{-i\phi(p)}$$

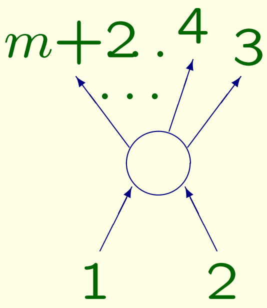
új impulzus és hely: $\quad \tilde{p}_1 = p_1 \qquad \tilde{x}_1 = x_1 + \phi'(p_1)$

$Q_s \sim (P_1)^s \equiv P_s \qquad \exp(-i\alpha P_s)$-re $\quad \phi_s(p) = \alpha p^s$

p impulzusú részecske helye $\quad \phi' \sim s\alpha p_a^{s-1}$ -el

$s > 1$ -re $\quad$ különböző impulzusúak $\quad$ különböző $\quad \phi'$-vel

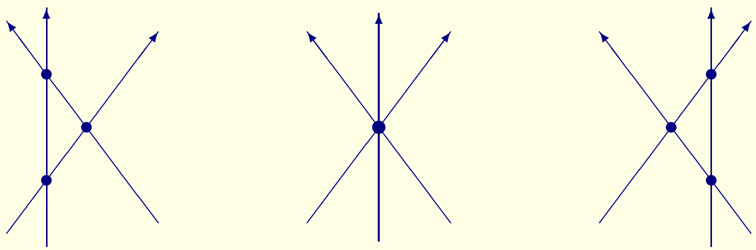
A $2 \to m$ folyamat: P_s és makrokauzalitás $t_{12} \leq t_{23}$



$$\langle \mathrm{final}|S|\mathrm{initial}\rangle = \langle \mathrm{final}|e^{i\alpha P_s} S e^{-i\alpha P_s}|\mathrm{initial}\rangle$$

$$\mapsto \quad m = 2 \quad \{\theta_3, \theta_4\} = \{\theta_1, \theta_2\}$$

A $3 \to 3$ folyamat lehetséges alakjai

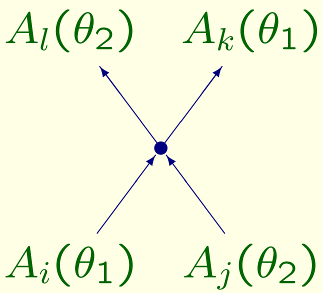


(1) (2) (3)

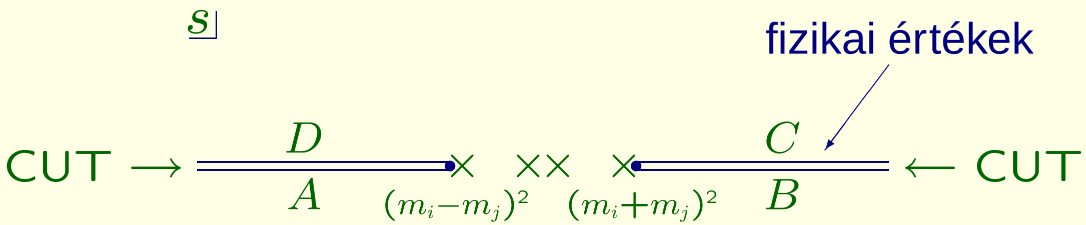
faktorizáció $(1) = (3)$ Yang Baxter egyenlet

2 részecske S mátrix

$$A_i(\theta_1)A_j(\theta_2) = S_{ij}^{kl}(\theta_1-\theta_2)A_l(\theta_2)A_k(\theta_1) \qquad \theta_1 > \theta_2 \qquad \theta_{12} = \theta_1 - \theta_2$$



$$s = (p_1+p_2)^2 = m_i^2 + m_j^2 + 2m_im_j\cosh\theta_{12}$$



$$\theta = \cosh^{-1}\left(\frac{s-m_i^2-m_j^2}{2m_im_j}\right)$$

- valós analitikusság: $S(\theta)$ valós ha θ tiszta imaginárius
- unitaritás: $S_{ij}^{nm}(\theta)S_{nm}^{kl}(-\theta) = \delta_i^k\delta_j^l$
- keresztezés: $S_{ij}^{kl}(\theta) = S_{i\bar{l}}^{k\bar{j}}(i\pi-\theta)$

Y B eq. $S_{ij}^{\beta\alpha}(\theta_{12})S_{\beta k}^{n\gamma}(\theta_{13})S_{\alpha\gamma}^{ml}(\theta_{23}) = S_{jk}^{\beta\gamma}(\theta_{23})S_{i\gamma}^{\alpha l}(\theta_{13})S_{\alpha\beta}^{nm}(\theta_{12})$

sine-Gordon 2 részecske in, out állapottér 4 dimenziós

megmaradó top. töltés $Q_0 = \frac{\beta}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \partial_x \phi dx \quad \sim \mathrm{diag}(2,0,0,-2)$

$$\begin{pmatrix} |A_s(\theta_1)A_s(\theta_2)\rangle_{in} \\ |A_s(\theta_1)A_{\bar{s}}(\theta_2)\rangle_{in} \\ |A_{\bar{s}}(\theta_1)A_s(\theta_2)\rangle_{in} \\ |A_{\bar{s}}(\theta_1)A_{\bar{s}}(\theta_2)\rangle_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S(\theta) & & & \\ & S_T(\theta) & S_R(\theta) & \\ & S_R(\theta) & S_T(\theta) & \\ & & & S(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |A_s(\theta_1)A_s(\theta_2)\rangle_{out} \\ |A_s(\theta_1)A_{\bar{s}}(\theta_2)\rangle_{out} \\ |A_{\bar{s}}(\theta_1)A_s(\theta_2)\rangle_{out} \\ |A_{\bar{s}}(\theta_1)A_{\bar{s}}(\theta_2)\rangle_{out} \end{pmatrix}$$

a (nem kommutativ) Zamolodchikov Faddeev algebrával

$$A_s(\theta_1)A_s(\theta_2) = S(\theta)A_s(\theta_2)A_s(\theta_1)$$

$$A_s(\theta_1)A_{\bar{s}}(\theta_2) = S_T(\theta)A_{\bar{s}}(\theta_2)A_s(\theta_1) + S_R(\theta)A_s(\theta_2)A_{\bar{s}}(\theta_1)$$

unitaritás $S(\theta)S(-\theta) = 1$

$$S_T(\theta)S_T(-\theta) + S_R(\theta)S_R(-\theta) = 1 \quad S_T(\theta)S_R(-\theta) + S_R(\theta)S_T(-\theta) = 0$$

keresztezés $S(i\pi - \theta) = S_T(\theta) \quad S_R(i\pi - \theta) = S_R(\theta)$

további megszorítás: Yang-Baxter egyenlet