

# KöMaL a tehetséggondozás origója

Lelkesítő élménybeszámoló a fizikatanári ankéton

2018. március idusa

Szeged

Előadó: Horváth Norbert



# Pár szó magamról

- 1985 BME - villamosmérnök
- 1988 BME - mérnök-tanár
- 2007 ELTE fizikatanár
- (2012 PPEK-ITK elektronikus oktatás szakmérnök)
- Tanítás itt-ott, kiugrási kísérlet 4 év KFKI-RMKI, jelenleg a Baár-Madas Református Gimnáziumban
- Díjak: mind a tanítványok után

# KöMaL-ról - történelem

- „A Középiskolai Matematikai Lapokat 1893 decemberében alapította egy győri főreáliskolai tanár, Arany Dániel, ő szerkesztette 1896-ig, amikor Rátz László, a budapesti Fasori Gimnázium kiváló tanára átvette tőle és folytatta a folyóirat szerkesztését 1914-ig...”

<http://db.komal.hu/KomalHU/tortenet.phtml>

# KöMaL – nekem - mindenkinek

- Feladat – Gyűjtemény
- Cikkgyűjtemény
- Mérési feladatgyűjtemény
- Két éve emelt szintű érettségi fizikasorok (H.Gy.)
- Egy végtelen feladatgyűjtemény vissza és előrefelé az ország legfantasztikusabb feladatkitalálóiival
- Minden hónapban kihívás, hogy megtudom-e oldani az új feladatokat – intellektuális élmény
- Motivációs lehetőség a tehetségesebbeknek
- 10-e beküldési frász

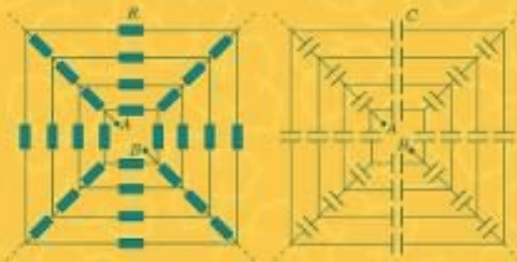
# KöMaL - füzet

Középiskolai Matematikai  
és Fizikai Lapok  
Informatika rovattal

B. 4673.



P. 4854.



Egyensúly, ciklus és káosz dinamikus rendszerekben  
Feladatok és megoldások | Gráfalgoritmusok 7.  
Hengerlencsék képzőképe és a Fermat-elv

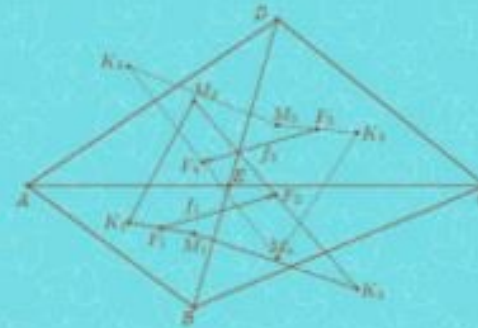


# KöMaL

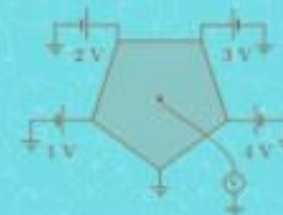
66. évfolyam  
5. szám  
2016.  
május

Középiskolai Matematikai  
és Fizikai Lapok  
Informatika rovattal

B. 4870.



P. 4959.



KöMaL Anket • Beszámolók Diákolimpiákról  
Gyakorló feladatsor emelt szintű érettségire  
Feladatmegoldások • Indul a pontverseny



# KöMaL

67. évfolyam  
6. szám  
2017.  
szeptember

# KöMaL - füzet

- Akit csak lehet, rábeszélék
- Érték/Ár magas
- Nagyon szép megoldásokat kapunk benne
- Cikkek – beszámolók – versenyfelhívások  
(Beregi Ábel jön, hogy ezt a IYPT-t megpróbálja eredmény Anglia, Törökország, Tajvan -érmek)
- 10-e után már olvashatjuk az újabb feladatokat
- A buszon is elővehetem

# KöMaL – fűzet – Beregi Ábel



# KöMaL – miről lesz szó?

- Néhány személyes emlékem a kezdetekről feladatokkal
- Hogyan lehet a KöMaL „végtelen” számú feladatait és megoldásait elérni
- A KöMaL hónapról hónapra
- Tanár-diák kapcsolat a KöMaL-lal
- A KöMaL füzet
- Köszönetnyilvánítás
- Támogatás



# KöMaL – néhány emlék

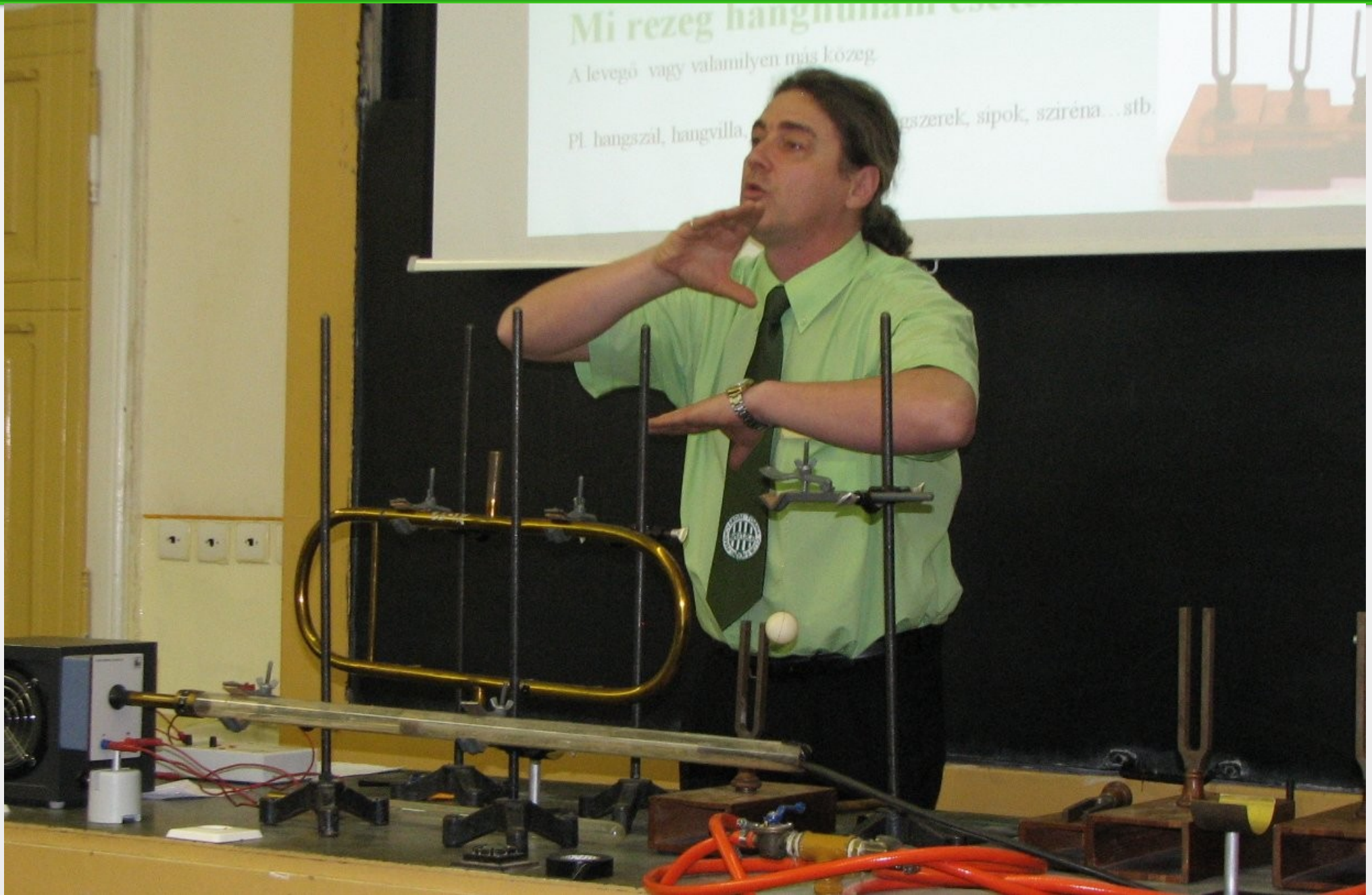
- Tornyai Sándor Fizikaverseny feladata a KöMaL-ban Hilbert Margit tanárnőtől P.3958
- Egy didaktikus elektrosztatikus feladat Kotek László tanár úrtól P.3890
- Egy üdítő feladat kicsiknek G.605
- Amit hajnalban az ébredéskor oldottam meg szeretett Gálfi László tanár úr botos feladata P.4006 és a folytatás P.4041
- P.4061. Hőcserélős feladat Bakonyi Gábor tollából, amelynek a megoldása sem volt sokáig érthető a fejemben
- Cikk és feladat párosítás a KöMaL-ban P.4160
- Az Abacus fizikai mérés feladatai után Papp Ádám tanítványom volt az első, aki mérési feladatokat oldott meg (első tízben végzett) - M.282

# Kezdetek- Tornyai verseny - KöMaL

- Hódmezővásárhely – Tornyai Sándor Református fizikaverseny a tehetséggyondozásom kezdete 200(?)



# Tornyai – egy Világ



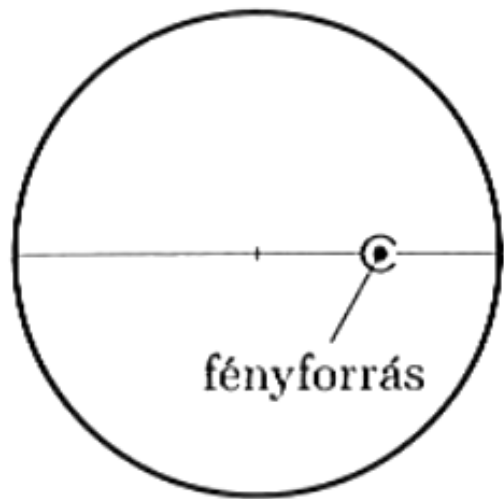
# KöMaL – Tornyai - érdem

- A református matekversenyre évfolyamonként egy iskola egy versenyző mehet
- Tornyaira többen is – Miért?
- Akinek vannak versenyeredményei -Öveges, Mikola, KöMaL-, jöhetnek
- A Tornyai fizikaverseny érdem, feltöltődés, ünnep – foci, fürdő-

# KöMaL – Tornyais feladat

- Szokás előző évi versenyek feladataiból a szeptemberi KöMaL-ban megjeleníteni.
- Mivel a fénytan inkább a tanév vége felé van ezért következő feladat a februári számban jelent meg.

# P.3958-2007. február



(4 pont)

P. 3958. Egy tükröző felületű fémgömb belsejében az egyik sugár felezőpontjában van egy pontszerű fényforrás. Hol keletkezik a fényforrás képe a gömbfelületen történő két fényvisszaverődés után, ha a fényforrást az *ábra* szerint leárnyékoljuk?

Hol keletkezik a kép akkor, ha az árnyékoló sapkát  $180^\circ$ -kal elforgatjuk? Készítsünk rajzot is a nevezetes sugármenetekről!

Közli: *Hilbert Margit*, Szeged

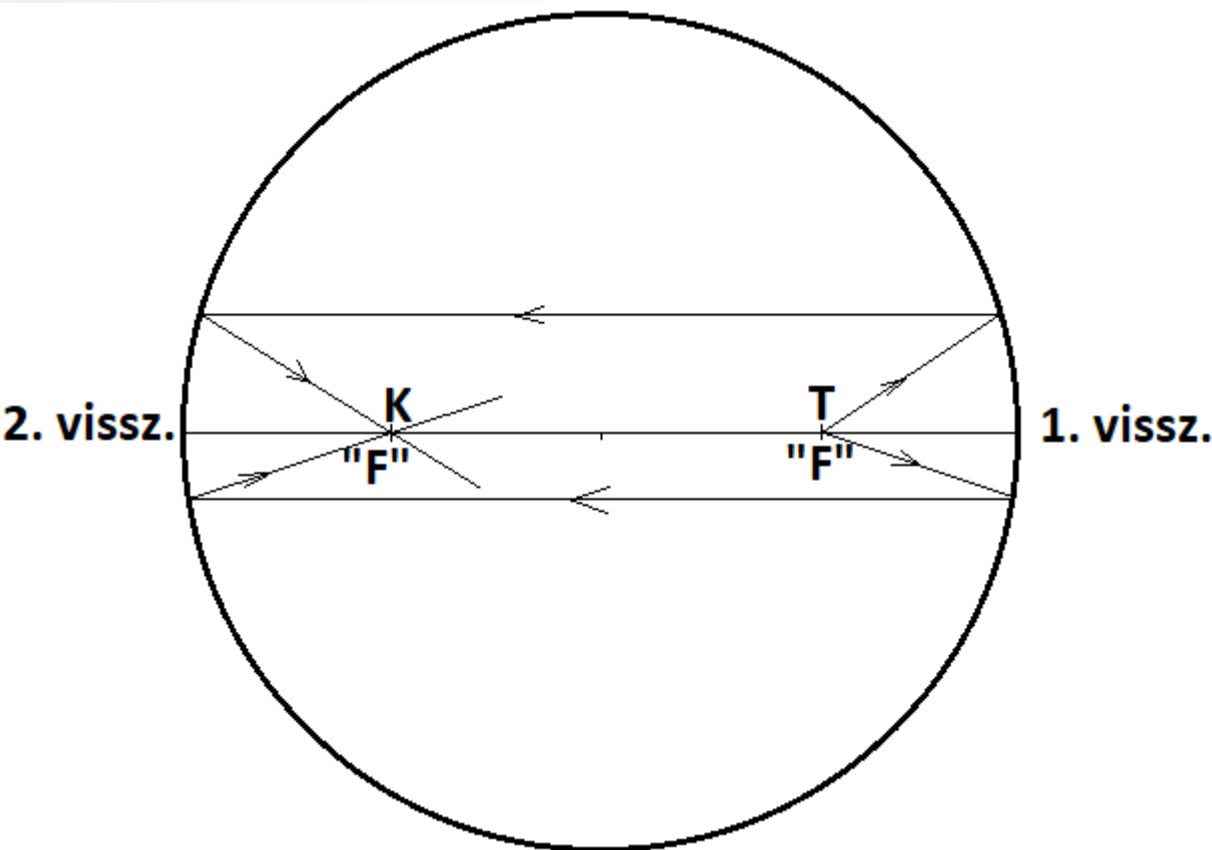
(Tornyai Sándor fizikaverseny, Hódmezővásárhely)

A tárgy egy pont, ami az optikai tengelyen van. Rendszerint az optikai tengelyen kívüli tárgypontról szoktuk a nevezetes sugarakkal a szerkesztést megoldani.

Itt valamit ki kell találni.

# P.3958 - elemzés – I. feladatrész

- Kis nyílásszög  
 $f=R/2$  használható
- Többszörös leképezés



I. esetben a megfelelő fókuszpontban lévő pontszerű forrásból a jobb oldali felületre eső fénysugarak párhuzamosan verődnek vissza, majd azok a bal oldali felületen történő második visszaverődéssel annak fókuszpontjában találkozáva hozzák létre a képet, így a második visszaverődés utáni kép a gömb bal oldali fókuszában keletkezik.

# P.3958 - a feladat II. része

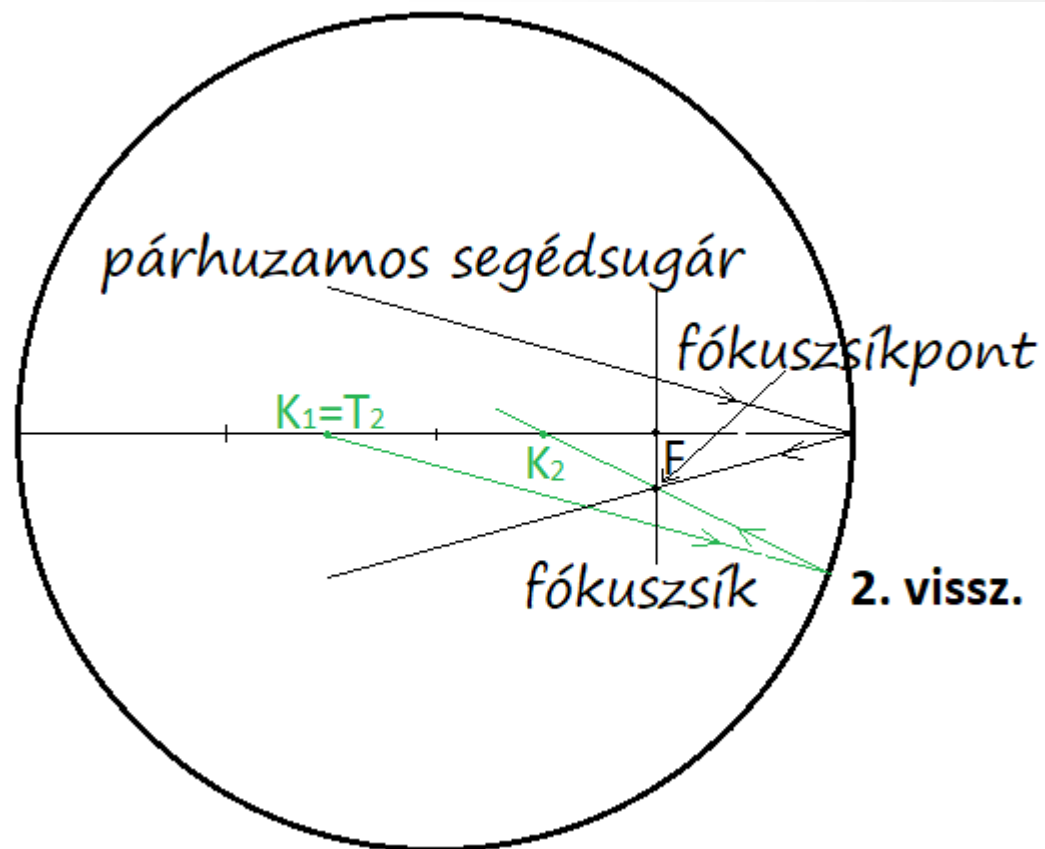
- Szintén két visszaverődés
- Nevezetes sugármeneteket ki kell terjeszteni nem az optikai tengellyel a párhuzamosan érkező, de párhuzamos sugarak fókuszsíkjában találkozásával.
- Sajnos nem lehet megúszni a szögmásolást. (raszteren könnyebb)





# P.3958 - II. feladatrész megoldása

- Számítással is igazolható az eredmény  
bal tükörről  
 $f_1=r/2$ ,  $t_1=3r/2$ ,  $k_1=3r/4$ ,  
jobb tükörről  
 $f_2=r/2$ ,  $t_2=5r/4$ ,  $k_2=5r/6$



# P.3958 -statisztika

- 68 dolgozat érkezett.
- 4 pontot kapott: Almasi Susann Melinda, Berta Katalin, Bodosi Eszter, Bogár 560 Péter, Csige Péter, Dani Péter, Dudás János, Fehér András, Fekete 925 István, Fonyó Dávid, Hegyi Ádám, Hujter Bálint, Karai Róbert, Lovas Lia Izabella, Najbauer Eszter Éva, Németh Dorián, Pálovics Péter, Para Attila, Paripás Viktor, Pásztor Árpád, Rárósi Dávid, Siroki Dávid, Stomfoli László, Szilágyi Zsombor, Szűcs Gergely, Tolnai Gábor, Tolner Ferenc, Vida György, Zöld Péter.
- 3 pontot kapott: Antal Éva, Balassa Péter, Farkas Ádám László, Fialowski Melinda, Fülep Csilla, Fülöp Bálint, Gresits Iván, Lénárt Tamás, Roósz Gergő, Sándor Bulcsú, Sebők Tamás, Soós 989 János, Szabó 666 Dániel, Szerző 147 Péter, Szőcs 923 István, Takács 484 Marcell, Varga Bonbien, Veres Máté.
- 2 pontot kapott: 13 versenyző.
- 1 pontot kapott: 5 versenyző.
- 0 pontot kapott: 3 versenyző.

Bár öt 5 pontos feladat elég lett volna a versenybe maradáshoz és ez csak négy pontos feladat a havi sorban, mégis a neveket elnézve a nagy versenygyőztesek, olimpikonok is kihívást érezték<sup>19</sup> a feladatban.

# P.3890 - didaktikailag kiváló

- A homogén elektromos erőter (mező) barátságos, mindenkinek emészthető
- Összerakható, szuperponálható végtelen töltött síkok eredőjeként pl. a kondenzátor belső erőtere, (még játéknak is jó több egymás melletti töltött sík eredőjének vizsgálatával).
- Akár órán, de szakkörön mindenképp feladható a következő már eredő tér sok apró kérdéssel

# P.3890 – 2006. április

Egy feladat, amelyben majdnem a teljes elektrosztatika benne van.

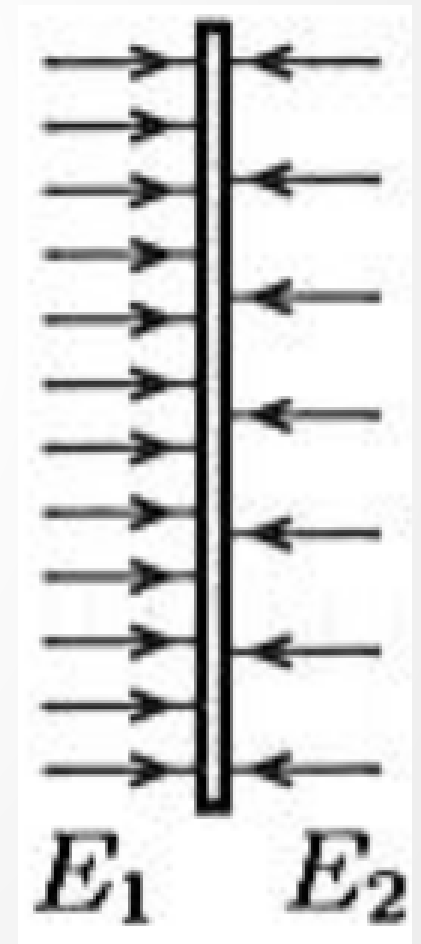
Homogén elektrosztatikus mezőbe az erővonalakra merőlegesen egy töltött fémlemez helyezünk. A fémlemez behelyezése után a lemez bal oldalán  $E_1 = 5,6 \cdot 10^5$  V/m, a lemez jobb oldalán pedig  $E_2 = 3,1 \cdot 10^5$  V/m az elektromos térerősség nagysága, az irányuk az ábrán látható.

a) Mekkora a fémlemez össztöltése, ha tudjuk, hogy  $0,08$  N nagyságú elektrosztatikus erő hat rá? (A széleffektusoktól eltekinthetünk.)

b) Mekkora a lemez területe?

(5 pont)

Közli: Kotek László, Pécs



# P.3890 - naiv kérdés -?

- „Tanár úr, a töltést úgy kell kiszámolni, hogy a két térerősség különbségét veszem, és akkor  $Q=F/E$  -vel megvan a megoldás?”
- (szakkörön jó képességű, gondolkodó tanulótól származik a kérdés)
- El kell gondolkodnunk, hogy az órán valamit nem csinálunk jól. Mindig csak ponttöltéseket teszünk a homogén térbe, elég kicsit, hogy a tér módosításától eltekinthessünk, most meg itt van egy kiterjedt töltéseloszlás a térmódosítással
- Nem véletlen a feladatmegoldásokhoz mindig hozzáfűznek egy magyarázó részt, ahogy most is: „A lemez saját tere nem fejt ki a lemezre (saját magára) erőhatást...”

# P.3890 - elgondolkodás

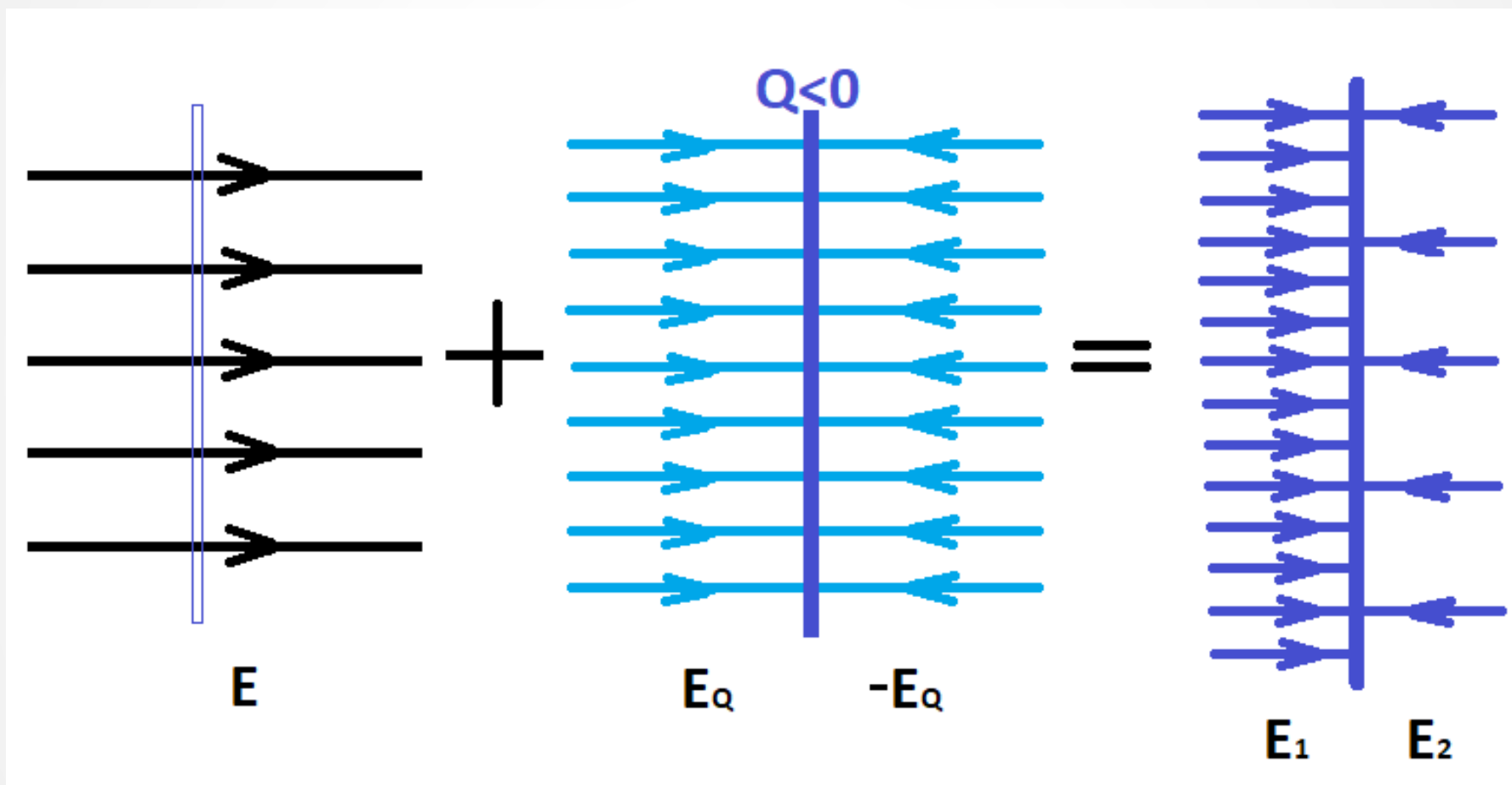
- A KöMaL feladat nagyszerű, mert rámutat, hogy mélyebbre kell ásni a tankönyvi, példatári feladatoknál
- Mielőtt a kérdésekre válaszolnánk vizsgáljuk meg miből is alakult ki az eredő tér, milyen eredeti térbe tettük a töltéshalmazunk, azaz mi volt az erőhatás oka.

# P. 3890 -előzetes analízis

- Homogén mezőt a fizikaórán már létrehoztunk végtelen töltött sík tereként (szimmetriás ponttöltésű szuperpozícióval és ismert Gauss dobozos levezetéssel )
- Kondenzátort is összeraktunk homogén mezők szuperpozíciójaként
- Most a feladatban terek szuperpozíciós eredményéből kell kiindulni. (ismert poén: kinyomni könnyű a pasztát a tubusból, de hogy is került bele?)
- Feltesszük az eredeti tér térerőssége balról jobbra mutat
- Mivel a az eredő térben a lemez túloldalán ettől ellentétes a mező irányítása negatív töltéselrendezést feltételezünk



# Szuperpozíció



# P.3890 - megoldás

Két térrészre felírjuk az eredő térerősséget

$$E_1 = E + E_Q, E_2 = E - E_Q$$

Innen

$$E = 1,25 \cdot 10^5 \frac{V}{m} \quad \text{és} \quad E_Q = -4,35 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$$

Vigyázat a feladat kitűzésében az  $E_2$  abszolút értékkel van megadva, az egyenletben  $E_2$  negatív! Ha nem figyelünk, akkor

$$E = 4,35 \cdot 10^5 \frac{V}{m} \quad \text{és} \quad E_Q = 1,25 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$$

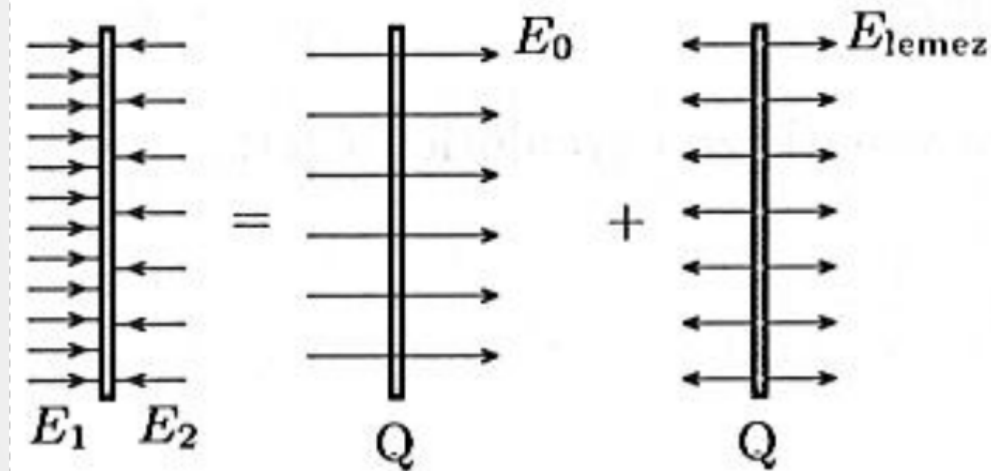
kapunk. Ez még a baloldali eredőben jó is lehet, de a jobboldali eredőben már irányban fordított.

Fel lehet írni a megoldást prekonceptiók nélkül is felírni, ahogy a [KöMa](#) oldalán a megoldás is ezt tette, ekkor a végeredményből derül ki, hogy a töltött lemez negatív töltésű.

# P.3890 – megoldás - eredeti

A lemez bal és jobb oldalán észlelhető elektromos térerősségek a külső tér és a saját tér szuperpozíciójaként állnak elő (1. ábra):

$$E_1 = E_0 - E_{\text{lemez}}, \quad E_2 = -E_0 - E_{\text{lemez}}.$$



1. ábra

Innen

$$E_0 = \frac{E_1 - E_2}{2} = 1,25 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}},$$

illetve

$$E_{\text{lemez}} = -\frac{E_1 + E_2}{2} = -4,35 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

# P.3890 – megoldás 2.

Megvan a eredeti tér, amelyben a negatív töltésű lemezt helyeztük így már működik a

$$Q = -\frac{F}{E} = -\frac{0,08 \text{ N}}{1,25 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}} = -6,4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

b) Mekkora a lemez felülete?

Már órán levezettük a végtelen töltött sík terét (vákuumban  $\approx$  levegőben)  $\sigma$  Felületi töltéssűrűséggel

$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

A feladatbeli szélhatásoktól eltekintett  $Q$  töltésű,  $A$  felületű lemezünkre

$$E_Q = \frac{Q}{2 \epsilon_0 A}$$

átrendezve ( $Q$  abszolútértékével számolva)

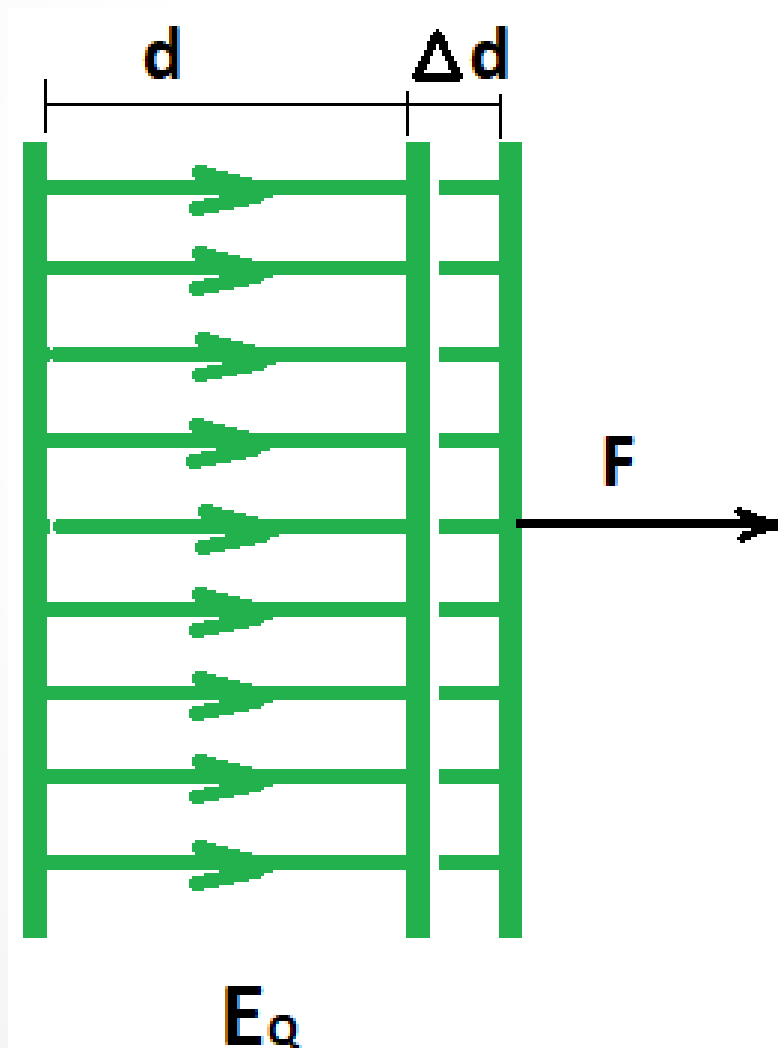
$$A = \frac{Q}{2 \epsilon_0 E_0} = 830 \text{ cm}^2$$

# P.3890 – kész?

- Kész
- Még is van itt valami még. Az egyik beküldő második megoldást is adott, egy virtuális munka megoldást
- Tanrendbe nem fér bele, szakkörön vegyük elő a virtuális munkát
- Tipikusan a kondenzátorok fegyverzetei közötti erőhatás értékének a kiszámítására

# P.3890 – virtuális munka

- Kondenzátor fegyverzetei közötti erőhatás virtuális munka levezetéssel



# P.3890 -virtuális munka

Kondenzátor fegyverzeteire gyakorolt erő számítása.

Legyen egy  $Q$  töltésű,  $A$  felületű,  $d$  fegyverzettávolságú kondenzátorunk. Végtelen kicsi  $\Delta d$  elmozdulással növeljük a két fegyverzet közötti távolságot. A széthúzásunkkal állandó erő mellett  $W = F \Delta d$  munkát végzünk, amivel növeljük a kondenzátorunk energiáját. Másrészt a kondenzátor energiája illetve energia növekedése

$$W_c = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} Q E d, \Delta W_c = \frac{1}{2} Q E \Delta d$$

amiből az erő

$$F \Delta d = \frac{1}{2} Q E \Delta d \rightarrow F = \frac{1}{2} Q E$$

Ne felejtsük el, itt már valóban annak a térnek a térerősségről van szó, ami  $Q$  töltésű lemezt elér. Csak éppen az  $\frac{1}{2}$  is jelzi hogy a naiv kérdésre így lehet válaszolni.

# P.3890 -virtuális munka

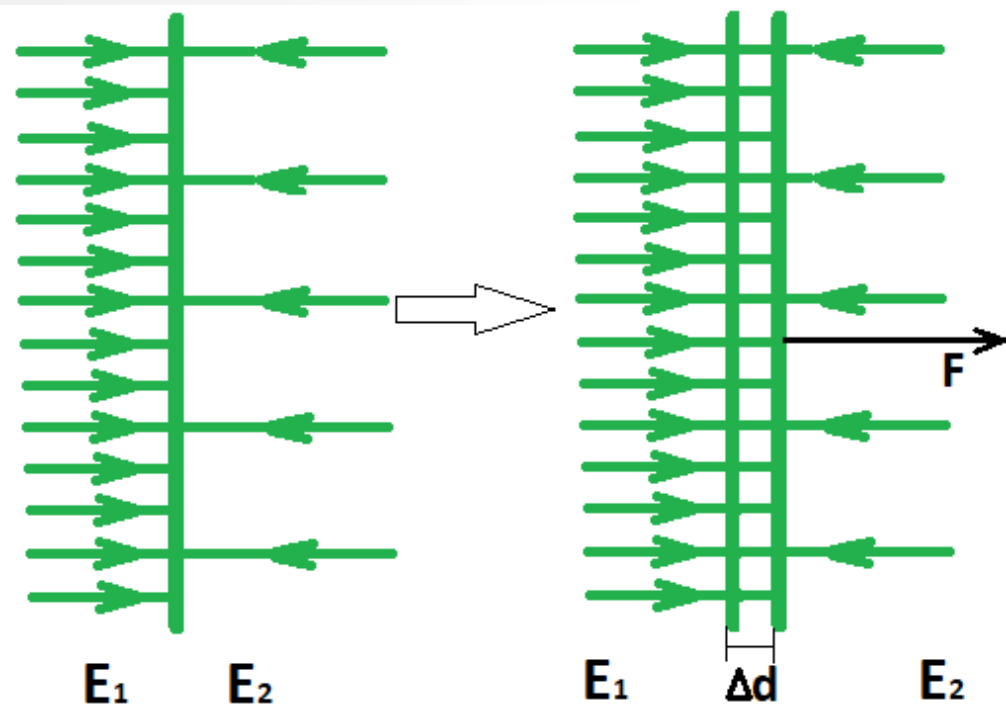
Kicsit másképp, a tér energia tartalmával, illetve annak növelésével is kifejezhetjük a munkánkat

$$W_C = \frac{1}{2}QE Ad = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 Ad, \Delta W_C = \frac{1}{2}QE \Delta d = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 A \Delta d$$

Látható, hogy itt „csak” arról van szó, hogy elfoglalunk a környezetből egy

$$\Delta V = A \Delta d$$

térfogatot, ahol eddig nem volt elektromos tér. Most már van. Ez utóbbi gondolattal oldhatjuk meg a P.3890 -es KöMal feladatot.



A  $\Delta d$  elmozdulással egy kicsiny,  $A\Delta d$  térfogatban a térerősség  $E_2$ -ről  $E_1$ -re nő, megnő itt az elektromos mező energiasűrűsége

$$\Delta W = \left( \frac{1}{2}\epsilon_0 E_2^2 - \frac{1}{2}\epsilon_0 E_1^2 \right) A \Delta d, \quad ,$$

ami az erővel és erő irányú elmozdulással

$$\Delta W = F \Delta d .$$

Kifejezve a felületet

$$A = \frac{2F}{\epsilon_0 (E_2^2 - E_1^2)} = 830 \text{ cm}^2$$



# P.3890 – megoldás 03

- Most a lemez felületét számoltuk ki.
- Mi van a töltéssel?
- Oldjuk meg a Gauss dobozzal, húzzuk rá a lemezre

Balról bejön  $E_1 A$  fluxus, jobbról bejön  $E_2 A$  fluxus (a szélhatásoktól eltekintünk), a kettő összege arányos a benti töltéssel, ami nyilván negatív, mert a fluxusok kifelé mutató felületvektoroknál negatívak.

$$\Sigma \Psi = \frac{-Q}{\varepsilon_0} \rightarrow Q = -\varepsilon_0 (E_1 A + E_2 A) = -\varepsilon_0 (E_1 + E_2) A = -6,4 \cdot 10^{-7} \frac{N}{C}$$

# P.3890 - összegzés

- Az elektromos mező szuperponálható
- Az elektromos mező hat a töltéshalmazra  
A töltés saját elektromos tere nem hat az őt létrehozó töltésre
- Végtelen töltött síkból kivesszünk egy  $A$  felületű részt -  
szélhatásoktól eltekintünk, Gauss tétellel megvan a  
töltés-térerősség kapcsolat
- Gauss tételt alkalmazhatjuk az eredeti (eredő) térre,  
amivel ismert összfluxussal megvan a töltés
- Virtuális munkával meghatározható az elsztat. tér  
energianövekedése, ill a létrehozó erő.

# P.3890- statisztika

- 53 dolgozat érkezett.
- 5 pontot kapott: Győri Tamás Noé, Konczer József, Kónya 495 Gábor, Matulik Gábor, Molnár 811 Kristóf, Nagy 317 Péter, Nyíri Dávid Ákos, Pálovics Róbert, Széchenyi Gábor, Werner Miklós.
- 4 pontot kapott: Almási 270 Gábor András, Engedy Balázs, Mándi Gábor, Nagy 224 Csaba, Nagy 555 Zoltán, Pásztor Attila, Pósa László, Tóth 123 László.
- 3 pontot kapott: 4 versenyző.
- 2 pontot kapott: 12 versenyző.
- 1 pontot kapott: 15 versenyző.
- 0 pontot kapott: 2 versenyző.
- Nem versenyszerű: 2 dolgozat.

Még a nagy nevek is elpottyantottak egy pontot.  
(A szakkörön nálunk is így volt.)

# G. 605 - 2018. szeptember - kezdőknek

- Több év kihagyás után újra indult a gyakorlatnak nevezett feladatsor 2016. szeptemberében G. 578 számmal
- Mi is beneveztünk
- G. 605. Két, egymással párhuzamosan futó sínpáron két vonat halad. Az egyik sebessége  $80 \text{ km/h}$ . A köztük levő távolság  $4,8 \text{ km}$ , negyedóra múlva a távolság ugyanennyi. Mekkora a másik vonat sebessége, ha mindkét vonat hossza  $200 \text{ m}$ ?

(3 pont)

# G.605 szintjei

- Kiváló indítás 7-9 évfolyamosoknak
- Egyszerű, de csalafinta
- Fantáziálat
- Több rétegű
- Talán nem segítünk elvtelenül, ha rákérdezünk;  
„Minden megoldást megtaláltál?”
- Azzal sem, ha feltesszük a költői kérdést:  
„Miért adták meg a vonatok hosszát?”
- Nem hátrány egy jó rajz

# G.605 - humor

- Januárban feladtam egy 7-es kislánynak szakkörön, várt míg rá került a sor.
- Kész?
- Igen.
- Mi az eredmény?
- 80 km/h.
- Csak ennyi?
- Hát hogyan lehetne másképp, ha a sínek 4,8 km-re futnak egymástól?

Tanulság: miért hisszük azt, hogy egyértelműek vagyunk?

# G.605 - megoldás

- Azt hiszem ez az első év, amikor a lejárát után megjelenik a hivatalos megoldása a feladatnak az interneten. Ami jó.
- Mégis nagy élmény elolvasni még jobb, még körültekintőbb megoldást egy beküldőtől.
- Ajánlom mindenki figyelmébe.

# G.605 - beküldött megoldás

**Megoldás.** Többféle esetet képzelhetünk el.

1. Ha a két vonat azonos irányban halad ugyanolyan sebességgel, akkor a közöttük lévő távolság nyilván változatlan marad. Ez esetben a másik vonat sebessége is 80 km/h.

2. A két vonat azonos irányban halad, de a hátrébb lévő gyorsabb, mint az első, tehát idővel megelőzi azt.

a) Ha a 80 km/h sebességű vonat előzi meg a másikat, akkor negyedóra alatt  $4,8 \text{ km} + 200 \text{ m} + 4,8 \text{ km} + 200 \text{ m} = 10 \text{ km}$ -rel kell többet megtennie a kezdetben előtte haladónál, azaz 40 km/h-val gyorsabban kell haladnia. Így a másik vonat sebessége 40 km/h.

b) Ha a 80 km/h sebességű vonat kezdetben a másik előtt halad, akkor a hátulról induló – gyorsabb – vonatnak kell negyedóra alatt 10 km-rel többet megtennie, azaz 40 km/h-val gyorsabban kell haladnia. Így a másik vonat sebessége 120 km/h.

3. Az is elképzelhető lenne, hogy a két vonat szemben halad egymással. Ebben az esetben a két vonatnak együttesen 10 km-t kell megtenni negyedóra alatt. Mivel az első vonat egymaga 20 km-t tesz meg ezen idő alatt, így – a megadott szám adatok mellett – ilyen megoldás nem lehetséges.

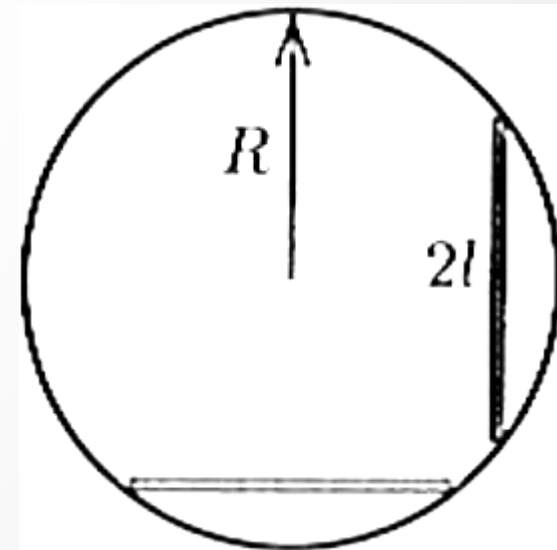
*Cseke Balázs (Budapest, Veres Péter Gimn., 9. évf.)*



# P. 4006 – 2007. október - az első

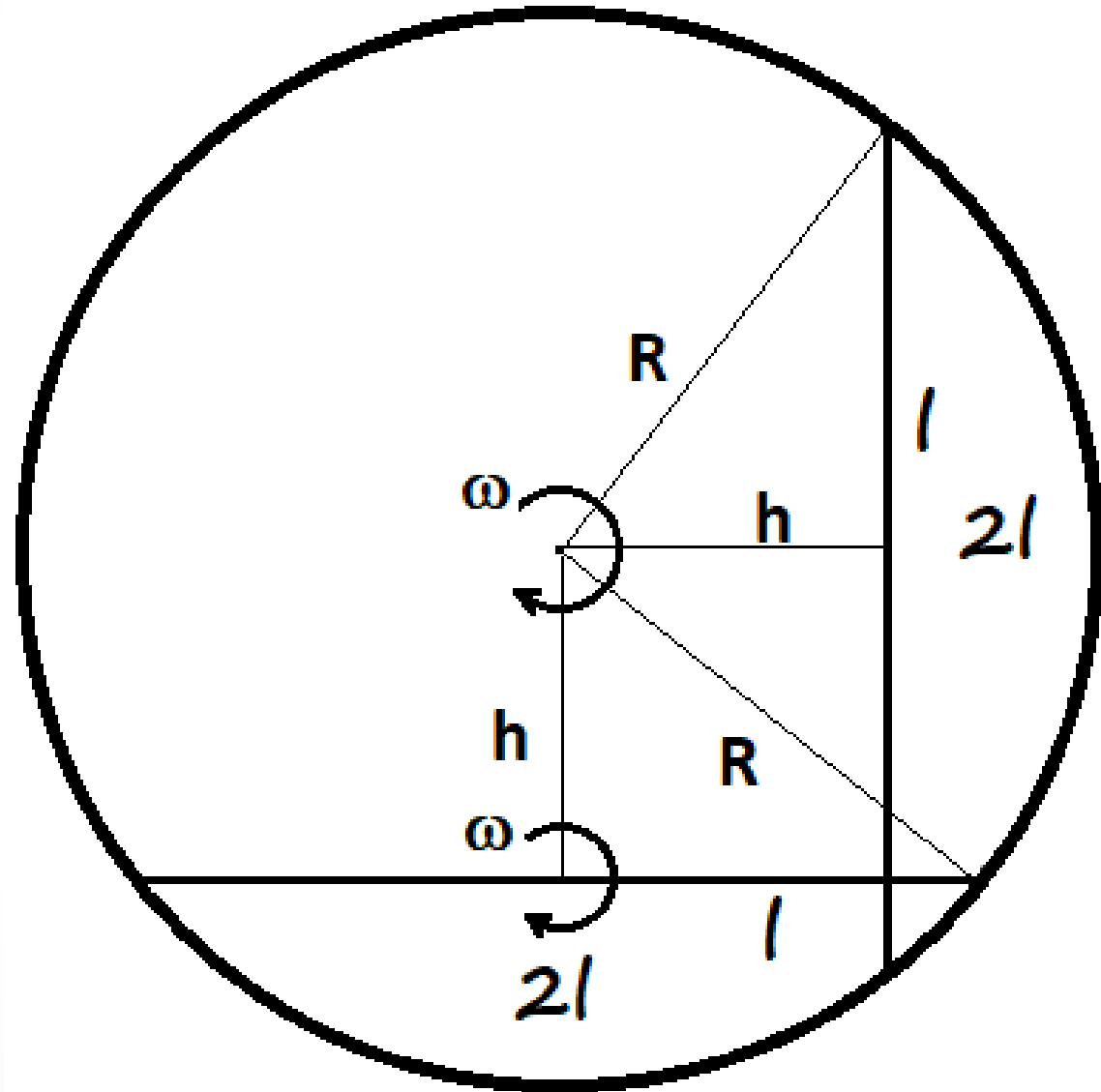
- Gálfi tanár úr tanított az ELTE-n. Igazi, középiskolában is követhető példájú pedagógusunk volt. Mindig felírta a tábla sarkába a nehezebben megjegyezhető formulákat. Az ő feladata a következő.

P. 4006. Függőleges síkú,  $R$  sugarú körpályán súrlódás nélkül mozoghat egy  $m$  tömegű,  $2l$  hosszúságú vékony, homogén rúd két vége. A rudat függőleges helyzetből engedjük el. Mekkora erővel nyomja a rúd végeit a körpálya fala, miközben a rúd átlendül a vízszintes helyzeten?  
(5 pont)



# P.4006 – hajnali ébredés

- Emelt szinten újra tananyag
- Steiner tétel is benne lehet
- Feladat rétegei:
  - Tehetetlenségi nyomaték
  - Munkatétel
  - Nyomatéki egyensúlyi állapot
  - A bot pontjai közötti sebességi állapotok,  $v$  és  $\omega$  kapcsolat -minden másképp



# P.4006 – tehetetlenségi nyomaték

Tehetlenségi nyomaték – Steiner-tétel

A  $2l$  hosszú,  $m$  tömegű homogén rúd tehetlenségi nyomatéka a tömegközéppontra vonatkoztatva

$$\Theta_{tkp} = \frac{1}{2} m (2l)^2 = \frac{1}{3} ml^2$$

Amennyiben ez a rúd egy  $R$  sugarú kör mentén mozoghat, a kör középpontján áthaladó forgástengely

$$h = \sqrt{R^2 - l^2}$$

távolságban lesz a rúd tömegközéppontjától. A forgástengelyre vonatkoztatott tehetlenségi nyomaték a Steiner-tétel szerint:

$$\Theta_t = \Theta_{tkp} + mh^2 = \frac{1}{3} + m(R^2 - l^2) = m\left(R^2 - \frac{2}{3}l^2\right)$$

# P.4006 - munkatétel

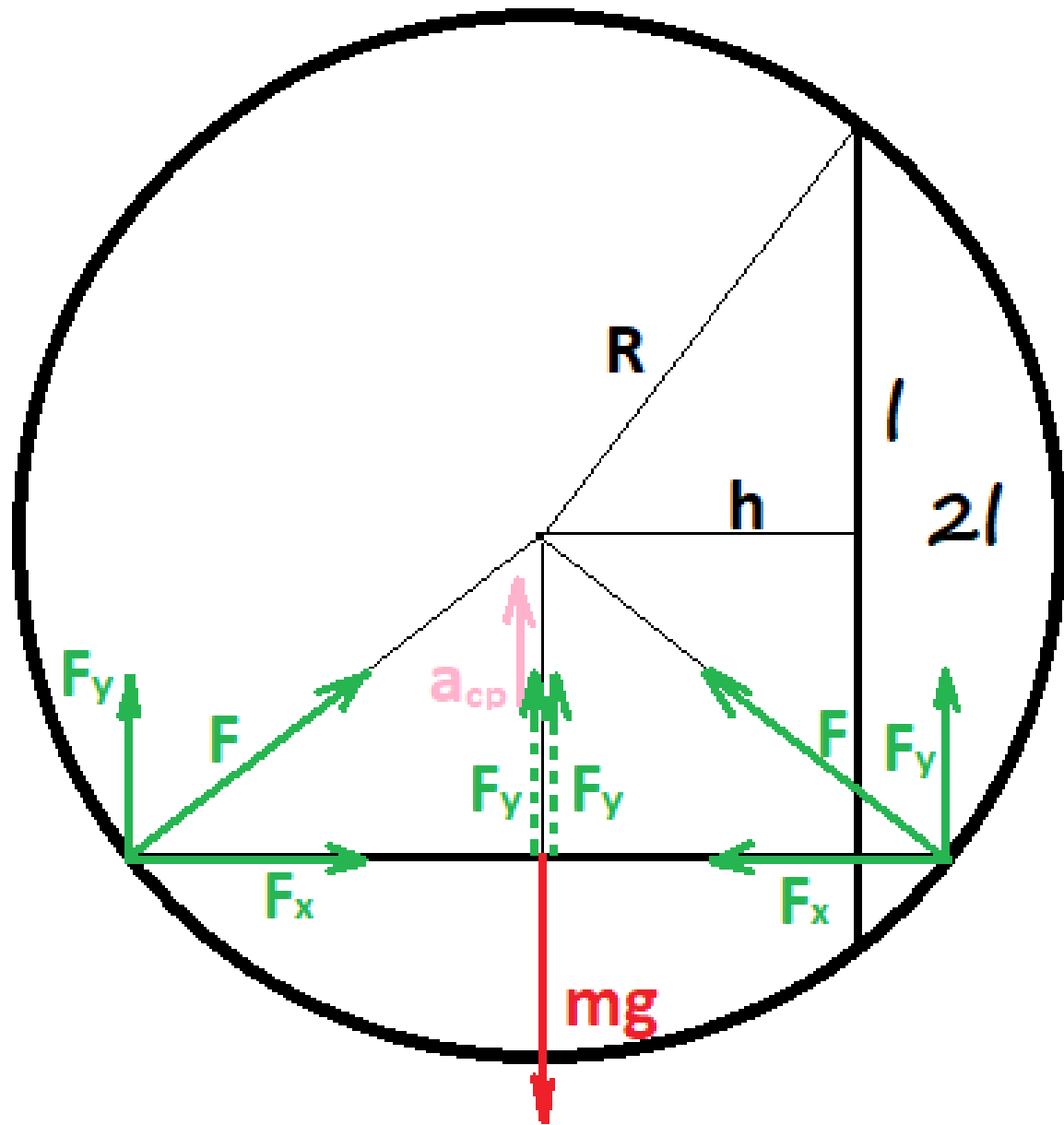
A rúd forgási szögsebességét a munkatétellel kapjuk

$$\Sigma W = \Delta E_k, mgh = \frac{1}{2} \Theta_t \omega^2 = \frac{1}{2} m \left( R^2 - \frac{2}{3} l^2 \right) \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{2gh}{R^2 - \frac{2}{3}l^2} = \frac{2g\sqrt{R^2 - l^2}}{R^2 - \frac{2}{3}l^2}$$

# P.4006 – nyomatéki egyensúly

A körpályán mozgó rúdra a nehézségi erőn kívül két erő hat. Súrlódás híján a rúd végein az erők sugárirányúak. Ezek forgató nyomatéka az egyensúlyi helyzetben áthaladva zérus. Ezért a sugárirányú  $F$  erők abszolútértéke egyenlő.



# P.4006 – kicsit másképp

Írjuk fel a munkatételt másképp!

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{tkp}^2 + \frac{1}{2}\Theta_{tkp}\omega^2, \text{ ahol } \Theta_t = \frac{1}{12}m(2l)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

Keressük a kapcsolatot a a tömegközéppont sebessége és a szögsebesség között  $v_{tkp} = h\omega$  .

Nem baj, ha a rúd végpontjainak sebességével is belátjuk a fenti eredményt. Jól jöhet még ez máshol. Pl. dőlő rúd esetén.

# P.4006 – körmozgás - forgás



# P.4006 – körmozgás - forgás





# P.4006 – körmozgás - forgás



# P.4006 – dőlő rudakhoz

Bontsuk fel a végpontokon a sebességeket

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l} = \frac{v_x}{v_y}, \text{ és } v_y = \omega l, \text{ ill } v_x = v_{tkp}$$

amivel  $v_{tkp} = h \omega$ .

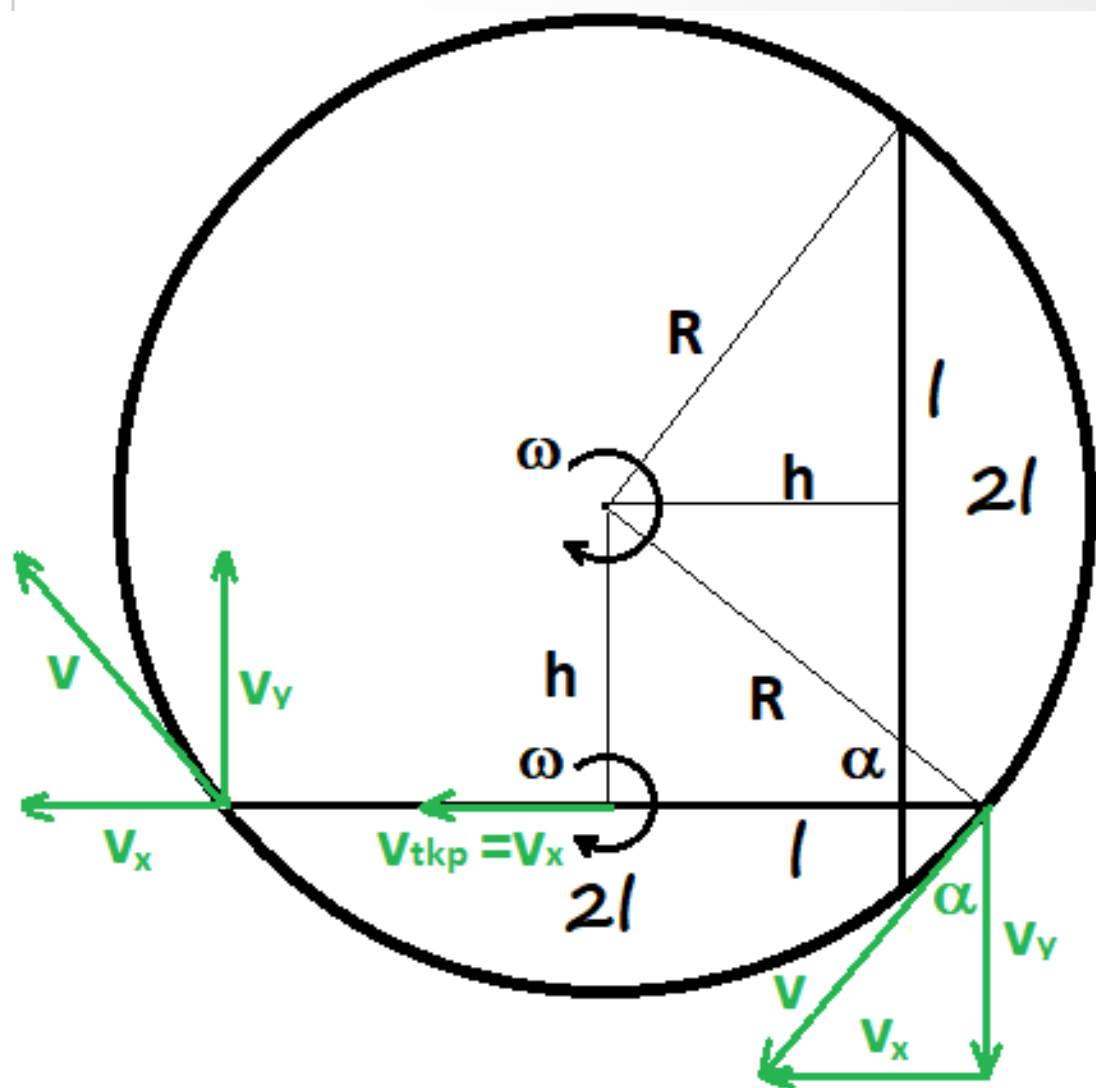
Beírva a munkatételbe  
eredményeinket

$$mgh = \frac{1}{2} m \omega^2 h^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{3} ml^2 \omega^2,$$

és  $h = \sqrt{R^2 - l^2}$

$$\omega^2 = \frac{2gh}{h^2 + \frac{1}{3}l^2} = \frac{2g\sqrt{R^2 - l^2}}{R^2 - \frac{2}{3}l^2}$$

ahogy a fentiek szerint kaptuk.



# P.4006 – nyomó erő

A rúdra ható eredő erők és a nehézségi erő eredője hozza létre a tömegközéppont gyorsulását, a centripetális gyorsulást.

$$m a_{cp} = 2F \frac{h}{R} - mg, m \omega^2 h = 2F \frac{h}{R} - mg,$$

Beírva a  $\omega$  és  $h$  értékét a keresett  $F$  erő:

$$F = \frac{m}{2} \left( \omega^2 R + \frac{R}{h} g \right), \rightarrow F = \frac{mg}{2} R \left( \frac{2\sqrt{R^2 - l^2}}{R^2 - \frac{2}{3}l^2} + \frac{1}{\sqrt{R^2 - l^2}} \right)$$

# P. 4006 - statisztika

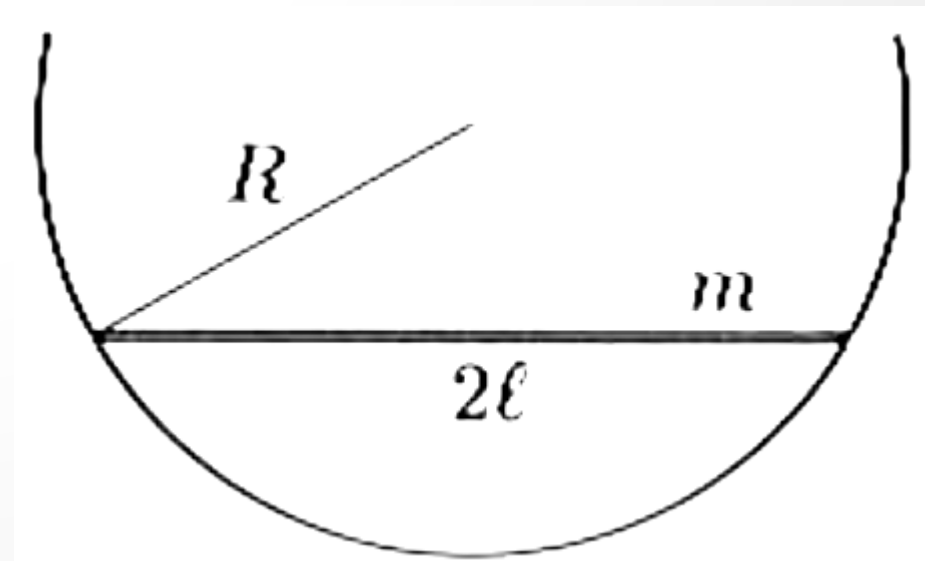
88 dolgozat érkezett.

- 5 pontot kapott: Almási 270 Gábor András, Bartha Zsolt, Csengeri Béla, Deák Zsolt, Filep Tibor, Fonyó Dávid, Gaál Alexisz Tamás, Gulyás Máté, Harsányi Szabolcs, Hartstein Máté, Hegyi Ádám, Iván Dávid, Krämer Zsolt, Lovas Lia Izabella, Marák Károly, Nagy Loránd, Pásztor Ádám Viktor, Pázmán Koppány, Rárósi Dávid, Szük Dániel, Tolner Ferenc, Tószegi Károly, Túri Attila.
- 4 pontot kapott: Barancsuk Lilla, Blázsik Zoltán, Bruncsics Bence, Egyed Zsombor, Földes Imre, Herendi Borbála, Hlatky Dávid, Hofecker Andor, Kalina Kende, Kispéter Tamás, Kovács 235 Gábor, Marsal Béla, Nagy 648 Donát, Patartics Bálint, Subhrashis Guha Niyogi, Tóth 123 László, Trényi Róbert, Ungváry Botond Dénes.
- 3 pontot kapott: 8 versenyző.
- 2 pontot kapott: 11 versenyző.
- 1 pontot kapott: 21 versenyző.
- 0 pontot kapott: 6 versenyző.
- Nem versenyszerű: 1 dolgozat.

# P.4041 – 2008. január

- A P.4006 folytatása – amolyan láncfeladat  
Egy  $m$  tömegű,  $2\ell$  hosszúságú, vékony, homogén rúd  $R$  sugarú, függőleges síkú körben mozoghat súrlódás nélkül. Határozzuk meg az egyensúlyi helyzet körüli kis rezgés frekvenciáját!

Közli: Gálfi László



# P.4041 – fizikai inga

P.4006 folytatása, annak eredményeivel dolgozunk. A függőleges síkban kis rezgéseket végző rúd periódusidejét a fizikai inga lengésidő képletéből számíthatjuk ki:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta_t}{mgh}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 - \frac{2}{3}l^2}{g \sqrt{R^2 - l^2}}}$$

A rezgés frekvenciája tehát:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3g \sqrt{R^2 - l^2}}{3R^2 - 2l^2}}$$

# P.4041 - statisztika

39 dolgozat érkezett.

- 5 pontot kapott: Almási 270 Gábor András, Boros Csanád Örs, Deák Zsolt, Deli Gábor, Englert Dávid, Fekete István, Filep Tibor, Fonyó Dávid, Földes Imre, Guszejnov Dávid, Hartstein Máté, Hegedűs Bence, Hegyi Ádám, Hlatky Dávid, Iván Dávid, Jakab Dávid, Kovács 235 Gábor, Kovács 915 István, Krämer Zsolt, Ölvedi Tibor, Pázmán Koppány, Szolnoki Lénárd, Tolner Ferenc, Tószegi Károly, Tóth 123 László, Túri Attila, Varga 777 Ádám, Velicsányi Péter.
- 4 pontot kapott: Hofecker Andor, Lovas Lia Izabella, Marák Károly, Pásztor Ádám Viktor.
- 3 pontot kapott: 5 versenyző.
- 2 pontot kapott: 1 versenyző.
- 1 pontot kapott: 1 versenyző.

# P.4061 - 2008. március - meghajlás

- Egy feladat, amit én nem (kevés vagyok, de nem adom fel), de a tanítványom megoldott és még mérőgyakorlatnak is jó.
- Utólag jó modellnek tűnik az ellenáramoltató hőcserélőhöz vezető úton

Hogyan lehet 1 kg 0°C-os gyógyvizet felmelegíteni 1 kg 100°C-os vízzel legalább 60°C-ra?

Kitűzte: Bakonyi Gábor

- A feladat fordítva is lehetne kérdés:  
Hogyan tudjuk 50°C alá hűteni a forró vizet (persze nem a környezettel)?



# P.4061 – alapkérdés - megoldás

- Hogy lehet összeöntés után  $50^{\circ}\text{C}$  felé kerülni?  
Sehogy.
- Ne öntsük össze!
- Alapgondolat: Bontsuk ketté a meleg vizet és elsőként melegítsük a  $0^{\circ}\text{C}$ -os vizet  $33,3^{\circ}\text{C}$ -ra. Majd a meleg víz másik felével  $55,5^{\circ}\text{C}$  ra jutunk.
- Nekünk  $60^{\circ}\text{C}$  a cél.
- Matekozni kell, tovább osztani a meleg vizet.
- <http://db.komal.hu/KomalHU/felhivatkoz.phtml?id=49728>
- Érdemes végigmatekozni, eljuthatunk az e-hez.

# P. 4061 - statisztika

44 dolgozat érkezett.

- 5 pontot kapott: Almási 270 Gábor András, Balogh Gábor, Berta Katalin, Borbély Adrienn, Czeller Ildikó, Deák Zsolt, Filep Tibor, Fonyó Dávid, Hartstein Máté, Hlatky Dávid, Hofecker Andor, Kalina Kende, Kovács 125 András, Krämer Zsolt, Lászlóffy András, Lenger Dániel, Lovas Lia Izabella, Marák Károly, Molnár 001 Anikó, Nagy 729 Krisztina, Papp Ádám, Paripás Viktor, Rárósi Dávid, Szolnoki Lénárd, Túri Attila, Varga 777 Ádám, Vuchetich Bálint, Zsolczai Viktor.
- 4 pontot kapott: Jakab Dávid.
- 3 pontot kapott: 13 versenyző.
- 2 pontot kapott: 1 versenyző.
- 1 pontot kapott: 1 versenyző.

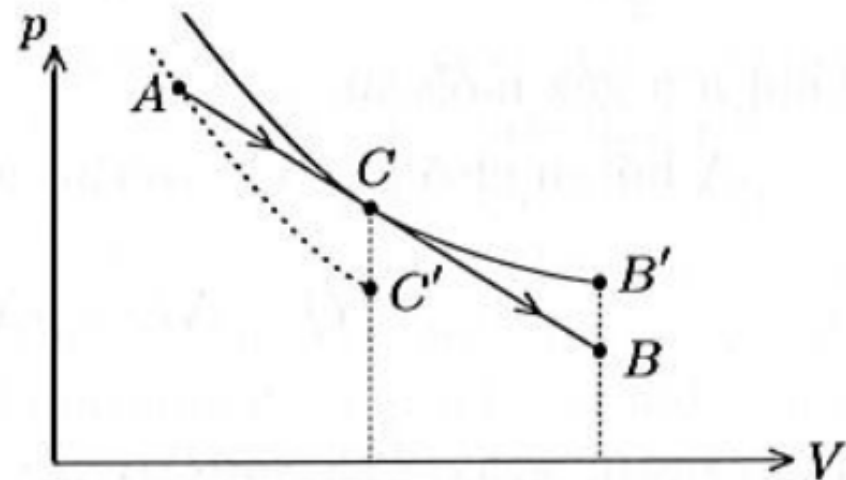
# Cikk és feladat

- Cikk előkészíti a feladatot
- Hőfelvétel vagy hőleadás Gálfi László cikke 2009. április

Elég ritkán, de azért találkozunk olyan hőtani körfolyamatot vizsgáló feladattal, amelyben a körfolyamat egyik (nem izotermikus, nem adiabatikus) szakaszán a gáz térfogata nő, nyomása csökken.<sup>1</sup> Ilyen például az 1. ábrán látható, a  $p-V$  diagramon  $AB$  egyenes szakasszal megadott folyamat.

Ilyen esetekben az okozza a nehézséget, hogy meg kell határoznunk: a szakasz melyik részén *vesz fel*, és melyiken *ad le* hőt a gáz.

Tegyük fel, hogy a szakasz a  $C$  pontban érint egy  $pV^\kappa = \text{állandó}$  egyenlettel megadható adiabatát. Belátjuk, hogy a gáz az  $AC$  szakaszon felvesz, a  $CB$  szakaszon lead hőt.



1. ábra

# P.4160 – körfolyamat a cikkhez

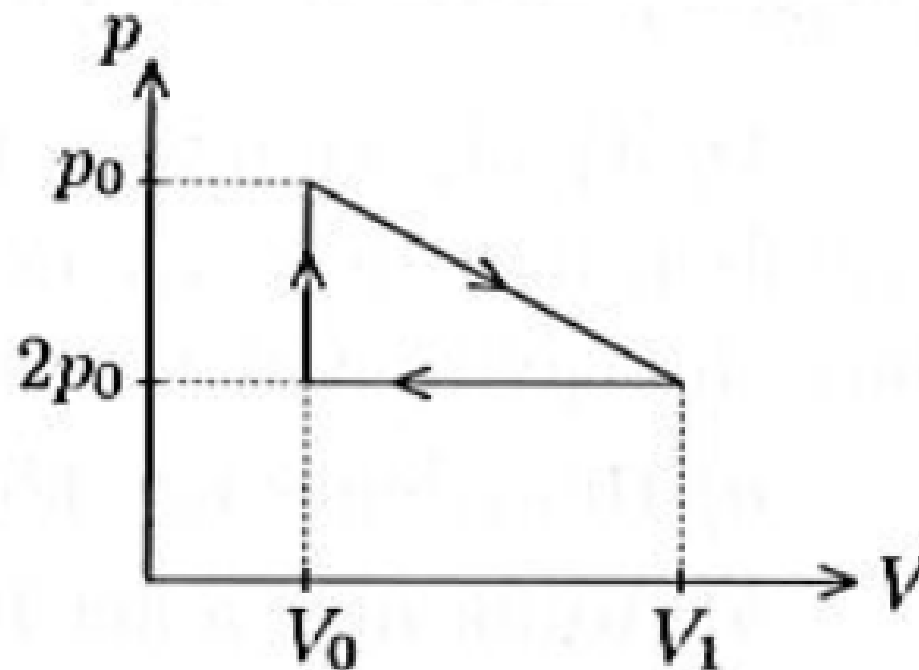
**P. 4160.** Egyatomos ideális gázzal működő hőerőgép az ábrán látható körfolyamatot végzi.\* Határozzuk meg a gép hatásfokát az alábbi esetekben:

a)  $V_1 = \frac{5}{6} V_0$ ;

b)  $V_1 = 2V_0$ ;

c)  $V_1 = 3V_0$ .

Helyesbítés: A P. 4160. fizika feladat ábráján a két nyomás tévedésből felcserélődött, fordítva értendő.



*Balogh Péter, Váchartyán*

# P.4160 - statisztika

37 dolgozat érkezett.

- 6 pontot kapott: Galzó Ákos Ferenc.
- 5 pontot kapott: Barancsuk Lilla, Csányi Gergely, Filep Tibor, Fridrich Veronika, Hegedűs Csaba, Iván Dávid, Patartics Bálint, Pető János, Pinczei Emese, Tamási Mátyás, Trényi Róbert.
- 4 pontot kapott: Bali-Papp Donát, Batki Bálint, Bodosi Eszter, Budai Ádám, Földes Imre, Hartstein Máté, Jéhn Zoltán, Kovács Márk, Lovas Lia Izabella, Para Attila, Török 999 Csaba, Varju 105 Tamás, Vuchetich Bálint.
- 3 pontot kapott: 3 versenyző.
- 2 pontot kapott: 3 versenyző.
- 1 pontot kapott: 3 versenyző.
- Nem versenyszerű: 3 dolgozat.

Kicsit meglep tanítványom 4 pontja, szívesen megnéztem volna a 6 pontot érő megoldást.

# P.4160 – és társfeladatai

- A feladat az archívumban megtalálható, de megoldás nélkül
- Hasonló a 1992. OKTV II. forduló II. és III. kategória 2. feladata, amely Holics tanár úr OKTV nagykönyvének 481-484. oldalain részletes megoldással
- Ajánlom mindenki figyelmébe

# M.282 – mágneses mező mérése

Mérjük meg egy iránytű segítségével a mágneses indukcióvektor nagyságát a rúd-mágnes közepétől számított  $r$  távolság függvényében! Méréseinket két különböző egyenes mentén végezzük el:

- a) a rúd-mágnes hossz tengelye mentén;
- b) a rúd-mágnes hossz tengelyére merőlegesen!

Felhasználhatjuk, hogy a földi mágneses tér indukcióvektorának vízszintes összetevője  $2 \cdot 10^{-5} \text{T}$  nagyság

Kitűző: Varga István

- Megoldás: Megtalálható a KöMaL archívumban <http://db.komal.hu/KomalHU/> keresés feladatszám: 282

# M.282- statisztika

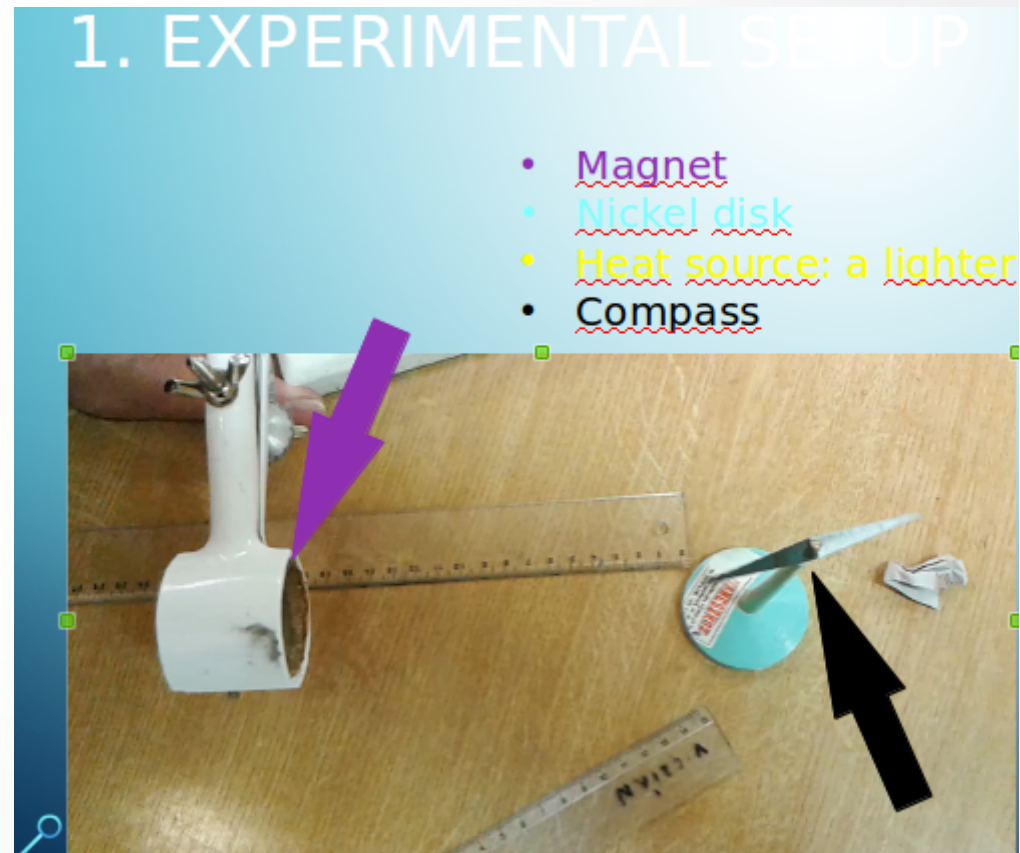
- 14 dolgozat érkezett.
- 6 pontot kapott: Balogh Máté, Papp Ádám.
- 5 pontot kapott: Borák Balázs Sándor, Dobos Dániel, Karsa Anita, Kiss Boldizsár, Lovász Krisztina, Mészáros Benedek, Vida György.
- 4 pontot kapott: 3 versenyző.
- 3 pontot kapott: 1 versenyző.
- 0 pontot kapott: 1 versenyző.

Papp Ádám 5 év amerikai mágneses elvű számítógépek kutató munka után itthon dolgozik fizikusként a PPKE-ITK karán.



# M.282- 10 évvel később

- A mérési feladat megoldásában ismertetett módszerrel adtuk meg egy a neodímium mágnes kölcsönható képességét az 2017-18. évi HYPT (Hungarian Young Physicists Tournament) versenyen, ahol egy Curie-motor paramétereit vizsgáltuk



# KöMaL – archívum – évfjázat, feladatszám szerint

## Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

KöMaL

Itt kereshet különféle szempontok szerint az adatbázisban. Ha több sort tölt ki, azok ÉS kapcsolatba kerülnek, háromfélélt is választhat, ezekben a legördülő menü legalsó szintjéig el kell mennie, csak úgy kapja meg a kívánt eredményt.

**Figyelem! A keresés eredménye (a böngésző beállításától függően) új ablakban vagy új fülön nyílik meg, szükség esetén kattintson az előző fülre (ablakra)! Ha egy keresésre (vagy annak eredményére) már nincs nyitva új ablakot.**

Cikk címe:

Cikk/feladat/megoldás szövege:

A megjelenés éve:  -

Feladat száma:

A feladat vagy cikk témaköre(i):

A feladat vagy cikk témaköre(i):

A feladat vagy cikk témaköre(i):

A fenti legördülő menükből választva az almenüt kapjuk, azt újra legördítve az al-almenüt, és így tovább.

**Keresés**

Itt kereshet személyek nevei szerint az adatbázisban.

A keresés eredménye (a böngésző beállításától függően) új ablakban vagy új fülön nyílik meg.

Szerző/kitűző/megoldó neve:

**Keresés**


- 2000
- + 2001
- + 2002
- + 2003
- + 2004
- + 2005
- + 2006
- + 2007
- + 2008
- 2009
  - január
  - február
  - március
  - április
  - május
  - szeptember
  - szeptemberi mellék
  - október
  - november
  - novemberi mellékle
  - december
  - decemberi mellékle
- + 2010-2018
- + Témakörök
- Keresés
- Impresszum



# KöMaL – archívum – 1984-2013.

## Matematikai és Fizikai Lapok

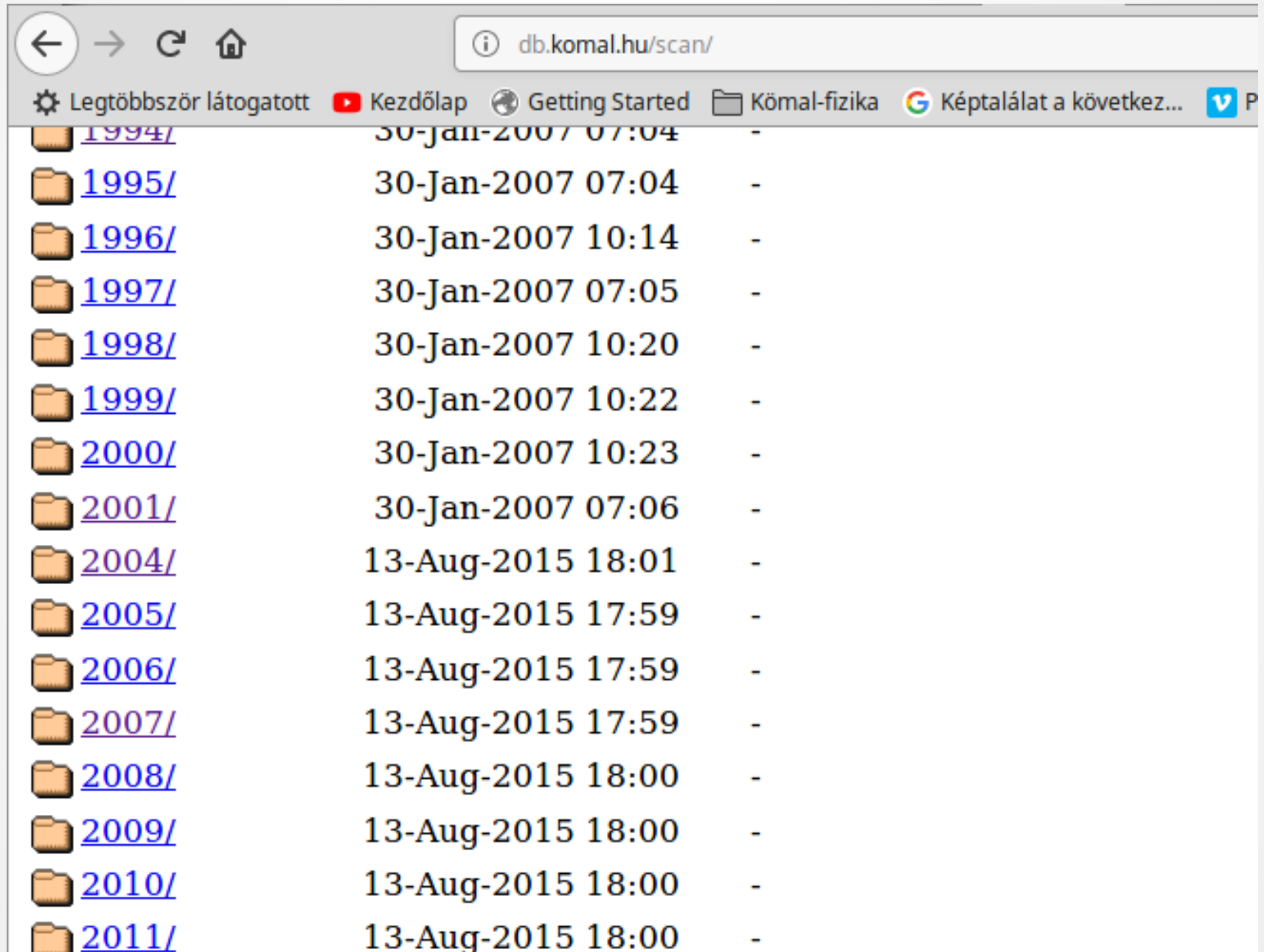
KöMaL

<b>Feladat:</b>	1842. fizika feladat	<b>Korcsoport:</b> 16-17	<b>Nehézségi fok:</b> nehéz
<b>Füzet:</b>	1983/december, 230 - 231. oldal		 PDF file
<b>Témakör(ök):</b>	Repülés, aerodinamikai felhajtóerő, Közegellenállás, Arkhimédész törvénye, Feladat		
<b>Hivatkozás(ok):</b>	Feladatok: <a href="#">1983/április: 1842. fizika feladat</a>		

Jelenleg csak az 1984 január és 2013 december között megjelent szövegeket tudjuk megjeleníteni. Kérjük, írjon az [archiv@komal.hu](mailto:archiv@komal.hu) e-mail címre, ha szüksége van a szövegre.

Jelenleg csak az 1984 január és 2013 december között megjelent szövegeket tudjuk megjeleníteni. Kérjük, írjon az [archiv@komal.hu](mailto:archiv@komal.hu) e-mail címre, ha szüksége van a szövegre.

# KöMaL – archív „ftp”



Year	Creation Date	Size
<a href="#">1994/</a>	30-Jan-2007 07:04	-
<a href="#">1995/</a>	30-Jan-2007 07:04	-
<a href="#">1996/</a>	30-Jan-2007 10:14	-
<a href="#">1997/</a>	30-Jan-2007 07:05	-
<a href="#">1998/</a>	30-Jan-2007 10:20	-
<a href="#">1999/</a>	30-Jan-2007 10:22	-
<a href="#">2000/</a>	30-Jan-2007 10:23	-
<a href="#">2001/</a>	30-Jan-2007 07:06	-
<a href="#">2004/</a>	13-Aug-2015 18:01	-
<a href="#">2005/</a>	13-Aug-2015 17:59	-
<a href="#">2006/</a>	13-Aug-2015 17:59	-
<a href="#">2007/</a>	13-Aug-2015 17:59	-
<a href="#">2008/</a>	13-Aug-2015 18:00	-
<a href="#">2009/</a>	13-Aug-2015 18:00	-
<a href="#">2010/</a>	13-Aug-2015 18:00	-
<a href="#">2011/</a>	13-Aug-2015 18:00	-

# KöMaL – komal.hu



## Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

Informatika rovattal

Kiadja a MATFUND Alapítvány

[1%](#) [Nyomtatott lap](#) [Aktuális](#) [Cikkek](#) [Pontverseny](#) [Fórum](#) [Matfund](#) [Belépés](#) 

[Versenykiírás](#)

[Feladatok](#)

[Eredmények](#)

[Korábbi évek](#)

[Tudnivalók](#)

[Arcképcsarnok](#)

### Üdvözlünk a KöMaL honlapján

[Versenykiírás a KöMaL Idei pontversenyeire](#)  
[Regisztráció és nevezés a versenyre](#)  
[A versenyben kitűzött feladatok és megoldások](#)  
[A verseny állása](#)  
[A KöMaL elektronikus archívuma](#)  
[Mi az a KöMaL?](#)

### Ajánló

<

Kád

### A 2018. évi Ericsson-díjak kiírása

#### Felhívás díjazandó tanárok ajánlására

Beérkezési határidő: 2018. március 11. (éjféli)

[www.komal.hu/verseny/korabbi.h.shtml](http://www.komal.hu/verseny/korabbi.h.shtml) 2018-ban ismét 8 kiváló

### A februári szám tartalmából:

Februári feladatok  
Kürschák-verseny  
Monte-Carlo módszerek 1.  
Fizika becslési verseny Sárospatakon  
Gyakorló feladatsorok emelt szintű érettségire

# KöMaL – honlap – verseny regisztráció



## Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

Informatika rovattal

Kiadja a MATFUND Alapítvány

1%

[Nyomtatott lap](#)

[Aktuális](#)

[Cikkek](#)

[Pontverseny](#)

[Fórum](#)

[Matfund](#)

[Belépés](#)



[Regisztráció \(nevezés a versenyre\)](#)

[Elfelejtett jelszó pótlása](#)

[Bejelentkezés](#)

### Üdvözlünk a KöMaL honlapján

[Versenykiírás a KöMaL idei pontversenyeire](#)  
[Regisztráció és nevezés a versenyre](#)  
[A versenyben kitűzött feladatok és megoldások](#)  
[A verseny állása](#)  
[A KöMaL elektronikus archívuma](#)  
[Mi az a KöMaL?](#)

### A 2018. évi Ericsson-díjak kiírása

#### Felhívás díjazandó tanárok ajánlására

Beérkezési határidő: 2018. március 11. (éjfélig)

Magyarország 2018-ban ismét 8 kiváló

### A februári szám tartalmából:

Februári feladatok

Kürschák-verseny

Monte-Carlo módszerek 1.

Fizika becslési verseny Sárospatakon

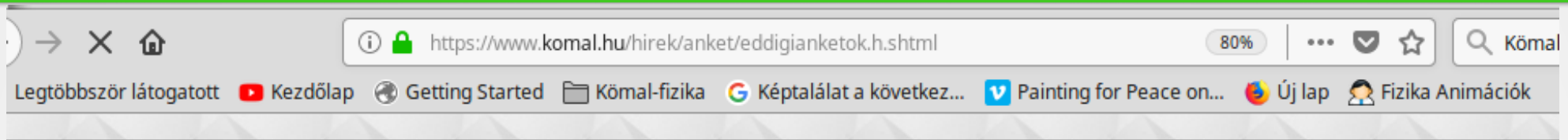
Gyakorló feladatsorok emelt szintű érettségire

# KöMaL – verseny - etika

- Sok első forduló verseny rendezünk, elvtelenül nem segítünk ott sem, itt sem.
- Ha a gyermek igényli, nem zárkózunk el a problémakör tárgyalásától. A feladatot a gyerekeknek kell megoldani.
- Az egyeztetés lehetőségét ne vegyük el, nem is tudjuk.
- Ha másolnak, úgyis partvonal a következmény.
- Szelíd, folytonos figyelemmel kell legyünk, hogy a kisebb nagyobb válságos időközön túljutva birkózzanak meg a feladatokkal, a kihívásokkal.



# KöMaL- ankét - díjkiosztó



## Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

Informatika rovattal

Kiadja a MATFUND Alapítvány

1% [Nyomtatott lap](#) [Aktuális](#) [Cikkek](#) [Pontverseny](#) [Fórum](#) [Matfund](#) [Belépés](#) 

## Az eddig megrendezett KöMaL Ankétok

### 2017

- [A 2017. évi Ifjúsági Ankét programja](#)

### 2016

- [A 2016. évi Ifjúsági Ankét programja](#)

### 2015

- [A 2015. évi Ifjúsági Ankét programja](#)

### 2014

### 2010

- [A 2010. évi Ifjúsági Ankét programja, videók](#)

### 2009

- [A 2009. évi Ifjúsági Ankét előadásai, videók](#)

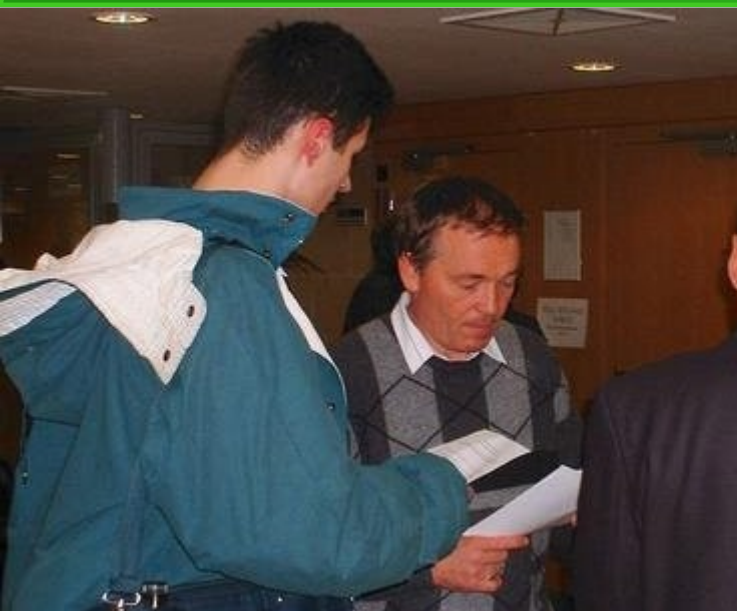
### 2008

- [A 2008. évi Ifjúsági Ankét előadásai, videók](#)

### 2007

- [A 2007. évi Ifjúsági Ankét előadásai, videók](#)

# KöMaL - ankét- előadás - díjkiosztó



# KöMaL – ankét - díjazottak



# KöMaL – ankét - díjazottak



# Köszönetnyilvánítás

- Köszönet a lap Szerkesztőinek!
- Köszönet a Feladat Kitűzőknek!
- Köszönet a Javítóknak!
- Köszönet mindenkinek, aki a KöMaL munkájában tevékenykedik!

# KöMaL – 1%

- Nem kerül semmibe
- Az elmúlt évben az adóhivatal automatizálta az adóbevallást. Ennek eredményeként 10%-kal csökkent társadalmi szervezeteknek adott 1%-os felajánlás.
- Legyünk rajta, hogy ismerőseink ne feledkezzenek meg erről és a KöMaL támogatását is vegyék fontolóra!

**Köszönöm a figyelmet!**