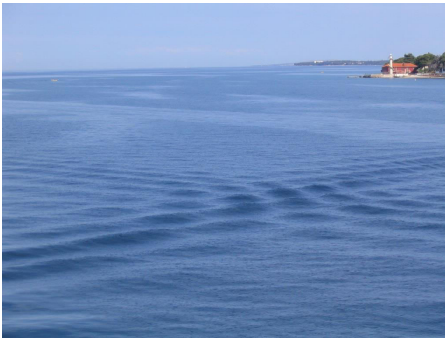


# BIOPHYSIK

## 6. Vorlesung

**Wellenoptik, Beugung,  
Interferenz, Polarization  
Berechnungsaufgaben**



1

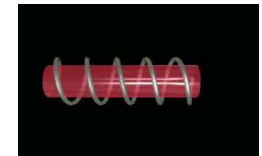
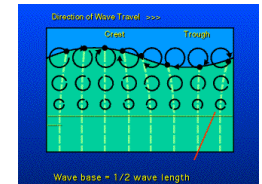
Experimente (z. B. Brechung) – Licht verhält sich wie eine Welle

Experimente (z. B. Photoeffekt) – Licht besteht aus Teilchen (Quanten)

Exakt: Quantenfeldtheorie

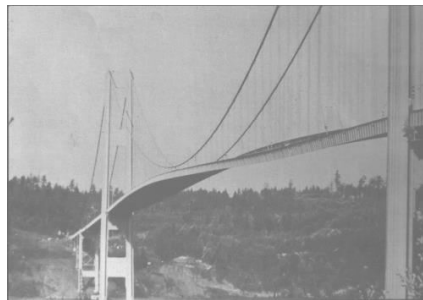
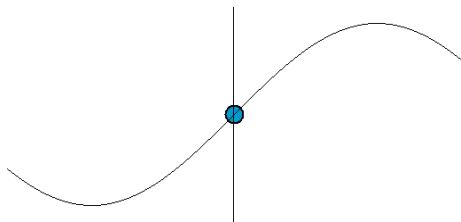
Annäherungsmöglichkeiten (Modelle):

- **Wellenmodell** (Wellenoptik)
  - **Quantenmodell** (Quantenoptik, Photonentheorie)
- (Dualismus von Welle und Korpuskel)



## Licht als Welle

2



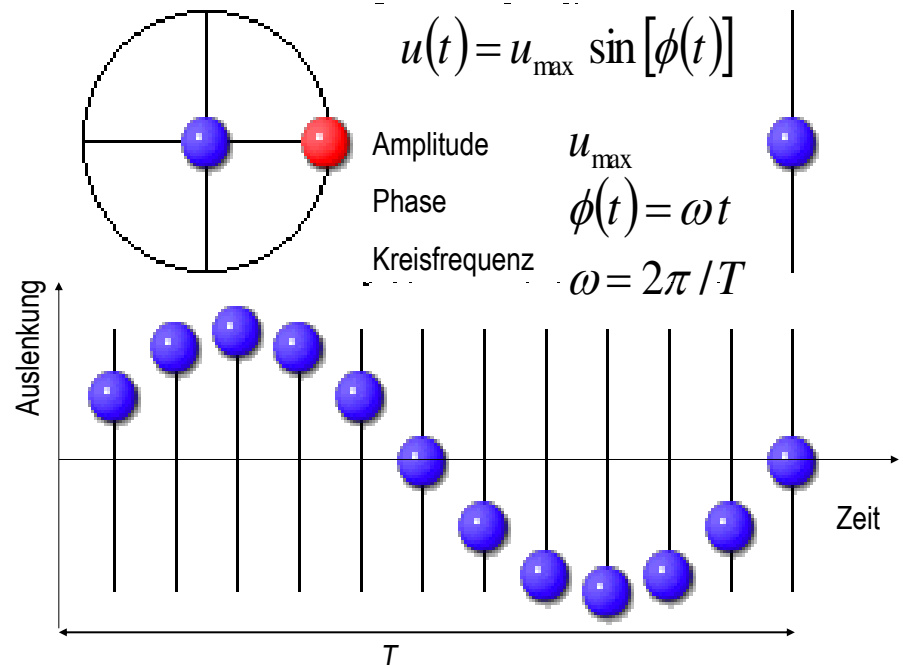
periodische Bewegungen: Schwingung und Welle

**Schwingungsbewegung**, "nur" zeitliche Periodizität

- zeitliche Periode, Periodenzeit, Schwingungsdauer,  $T$
- Kehrwert:  $1/T=f$ , Frequenz

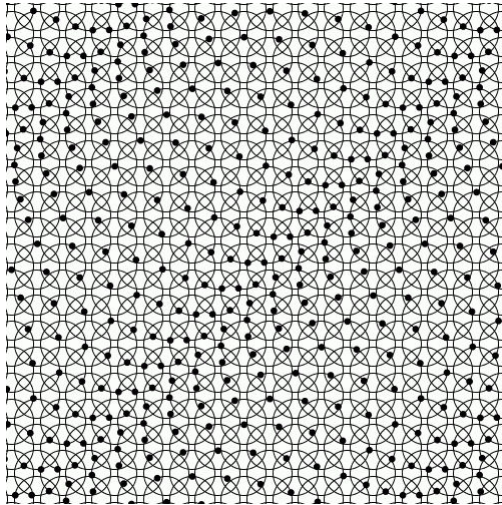
$$u(t) = u_{\max} \sin[\phi(t)]$$

3



4

## Beispiel für eine Welle

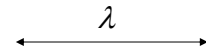


5

## Wellenbewegung

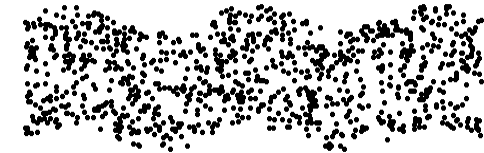
Ausbreitung eines Schwingungszustandes in einem schwingungsfähigen Medium.

Räumlich und zeitlich periodischer Vorgang.



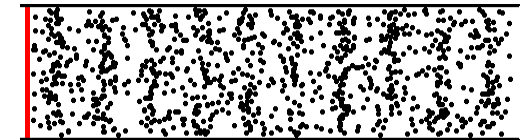
### transversale Welle:

Schwingungsrichtung  
senkrecht zur  
Ausbreitungsrichtung



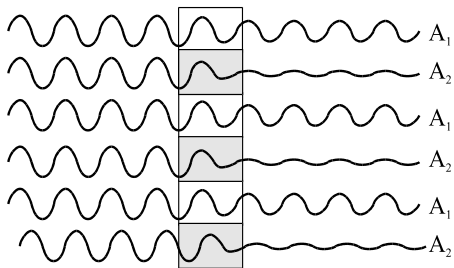
### longitudinale Welle:

Schwingungsrichtung  
parallel zur  
Ausbreitungsrichtung



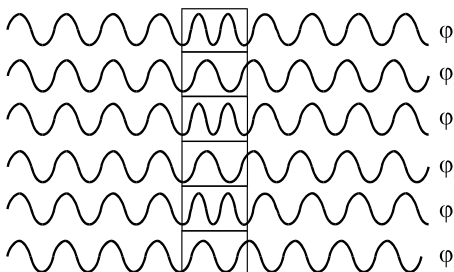
6

## Amplitude und Phase



$$u(x, t) = u_{\max} \sin[\varphi(x, t)]$$

$u_{\max}$  Amplitude



$$\varphi(x, t) = \omega t - kx =$$

$$= 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

(Wellen-)Phase

7

## Wellengleichung

$$u(x, t) = u_{\max} \sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right]$$

$$(vt = s \leftrightarrow) \quad \boxed{cT = \lambda} \Rightarrow \lambda f = c$$

Fortpflanzungsgeschwindigkeit mal  
die zeitliche Periode gibt die örtliche  
Periode

Licht: **elektromagnetische** Welle, transversale Welle

$u(x, t)$ :  $E$  (elektrische Feldstärke) und

$B$  (magnetische Feldstärke/ Induktion)

8

**Interferenz:** Überlagerung von Wellen

Prinzip der ungestörten **Superposition:**

Die Amplitude des resultierenden Wellenfeldes ergibt sich an jeder Stelle zu jeder Zeit durch die **vektorielle Addition** der Einzelamplituden

Prinzip von **Huygens-Fresnel:**

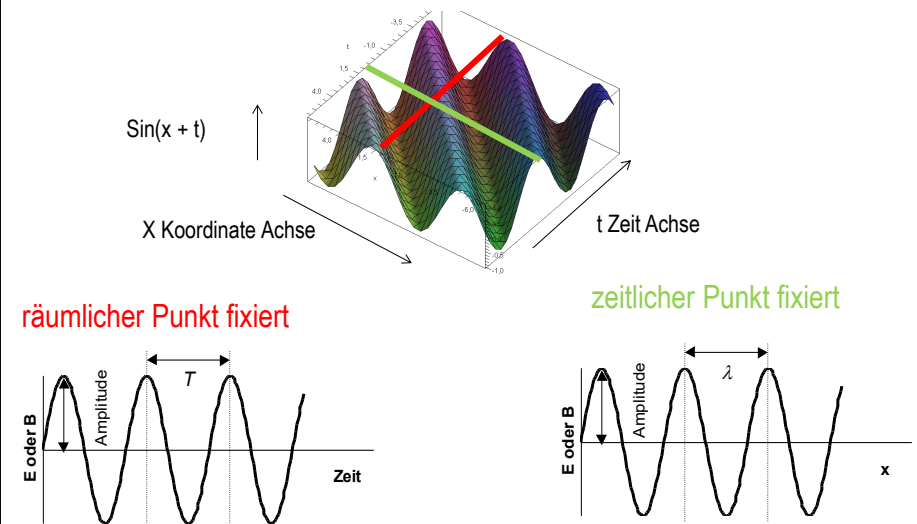
Jeder Punkt einer Wellenfläche ist der Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Die äussere Einhüllende solcher Elementarwellen bildet wieder eine neue Wellenfläche der vom primären Erregungszentrum ausgehenden Welle.

9

## Zeitliche und räumliche Periodizität

Eine  $\sin(x + t)$  Welle, eine Funktion von 2 Variablen

eine Oberfläche



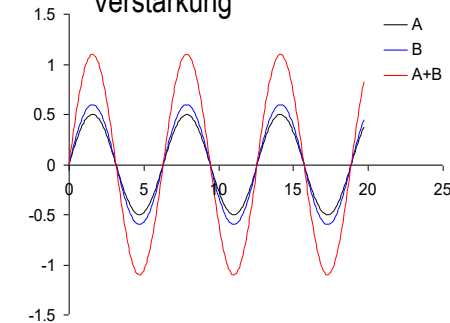
10

Interferenz: Überlagerung von Wellen

Um eine dauernde Interferenz zu erhalten, müssen die Wellen dieselbe Phase (Beziehung) zueinander behalten – **Kohärenz**

positive (konstruktive)

Verstärkung

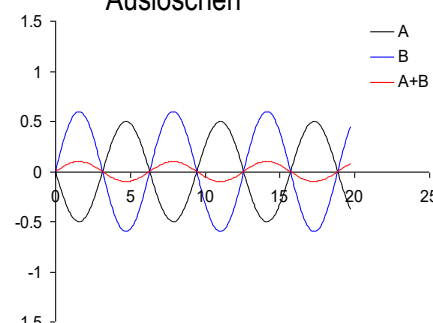


$$\Delta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots =$$

$$= k \cdot \lambda = 2k \cdot (\lambda/2), \text{ wo } k=0, 1, 2, 3, \dots$$

negative (destruktive)

“Auslöschen”

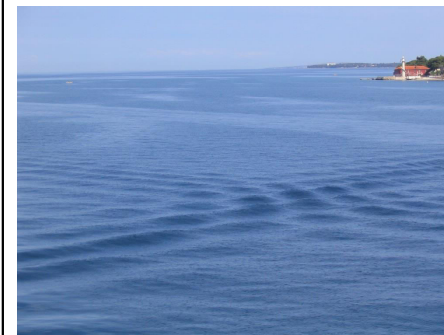


$$\Delta = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots =$$

$$= (2k+1) \cdot (\lambda/2), \text{ wo } k=0, 1, 2, 3, \dots$$

11

Interferenzmuster von Wasserwellen, die von zwei Quellen ausgehen



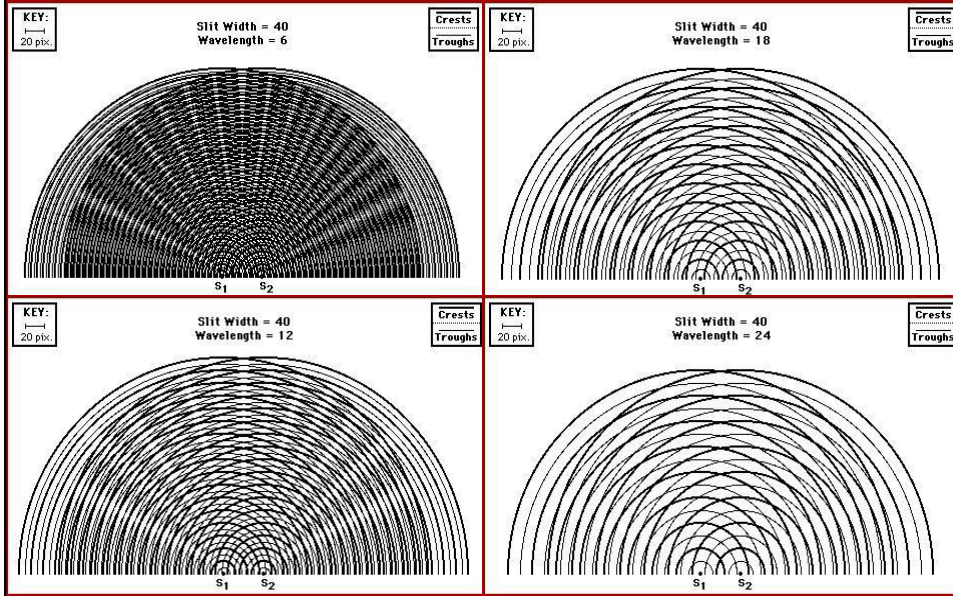


## Interferenz bei zwei punktförmiger Quellen

Abstand der Quellen ist fixiert, Wellenlänge verändert sich

dicke Linie: Wellenberg

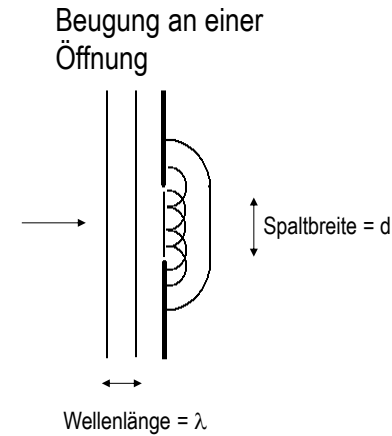
dünne Linie: Wellental



13

## Beugung (=Diffraktion) „Interferenz von Kontinuum Vielen Wellen“

Ablenkung des Lichtes an Objekten im Wellenfeld, die die komplexe Amplitude örtlich ändern, aufgrund des Huygenschen Prinzips



### Huygens (-Fresnel)

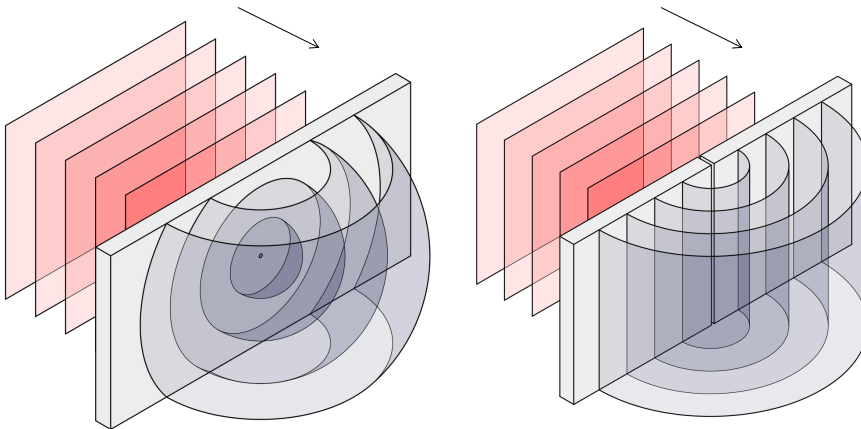
Jeder Punkt einer Wellenfront ist der Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle. Die neue Wellenfront der Welle wird durch Überlagerung aller elementarwellen gebildet.

schwache Beugung:  $d/\lambda \gg 1$

starke Beugung:  $d/\lambda \approx 1$

14

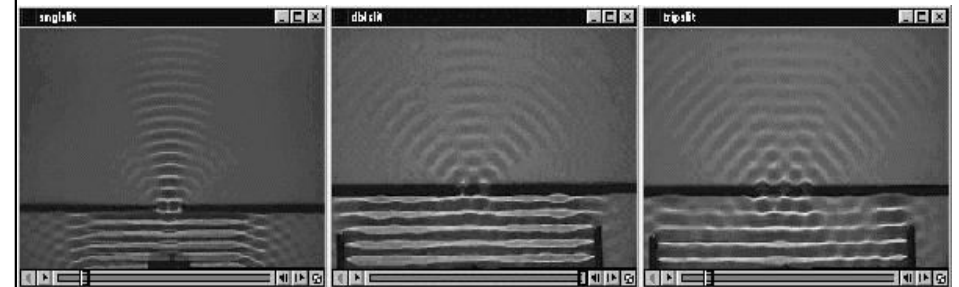
## Wellenausbreitungsrichtung der ebene Welle



Wenn der Lochdurchmesser deutlich kleiner ist als die Wellenlänge, entstehen dahinter Kugelwellen

Wenn die Schlitzbreite deutlich kleiner ist als die Wellenlänge, entstehen dahinter Zylinderwellen.

15



Beugung am Einzelspalt

Beugung am Doppelspalt

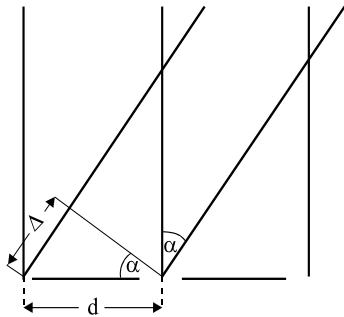
Beugung am Dreierspalt

16

## Beugung am Gitter

### Amplitudengitter

Unter einem optischen Gitter versteht man ein Objekt, in dem sich die Bedingungen der Lichtausbreitung periodisch ändern.

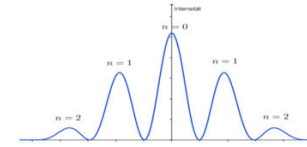


$$\Delta = d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda$$

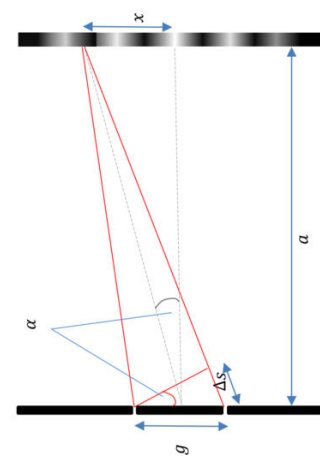
Die zu den Werten  $k = 0, 1, 2, \dots$  gehörenden Maxima werden als Diffraktionsbilder oder **Seitenmaxima** nullter, erster, zweiter ... Ordnung bezeichnet, das von nullter Ordnung wird auch **Hauptmaximum** genannt. Das gesamte Beugungsbild ist symmetrisch zum Hauptmaximum.

17

## Beugung am Gitter



Intensitätsfunktion



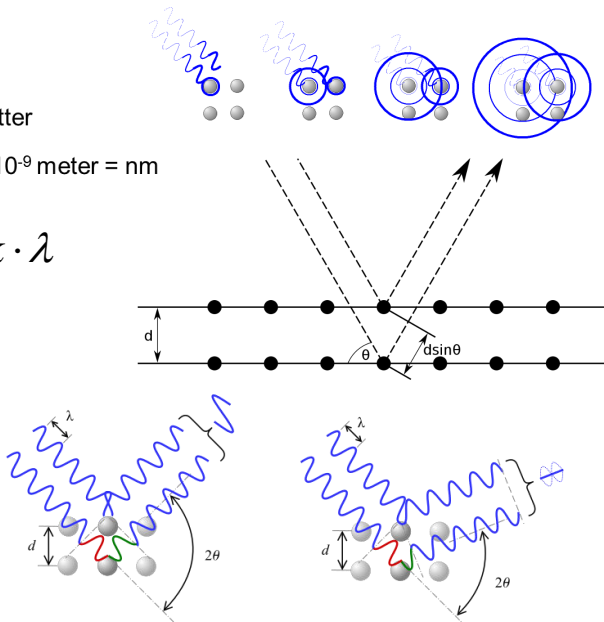
18

## Interferenz am Gitter

### Bragg-Bedingung am 3D Gitter

Für Atomen  $\lambda \approx$  Röntgen  $= 10^{-9}$  meter = nm

$$\Delta = d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda$$



19

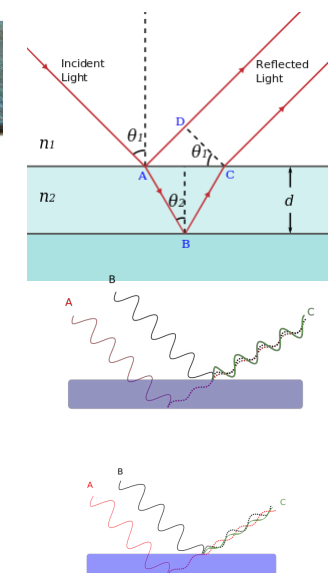
## Interferenz und dünnen Schichten die erste Anwendung in der Industrie



Temperiertes Eisen hat Eisenoxid oder Eisendioxid Film an der Oberfläche

Filmdicke ist proportional mit dem Temperatur

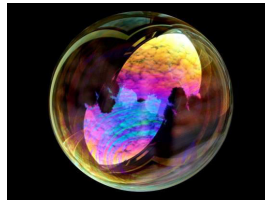
Farbe ist proportional mit dem Temperatur



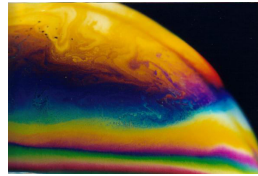
## Interferenz an dünnen Schichten



Ölfilm auf dem Wasser



Lichtreflexion & Interferenz und  
Seifenblasen



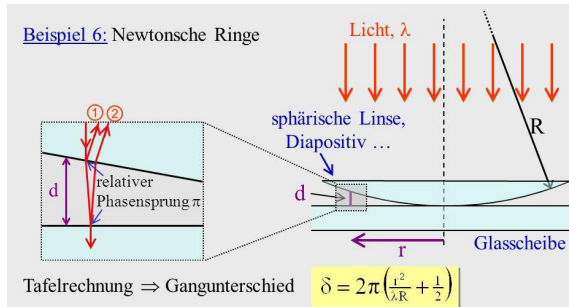
Interferenz bei der  
Lichtreflexion an  
einer CD



Interferenz am Airbus cockpit Fenster wegen Defrost  
Auftausalz

## Interferenz an dünnen Schichten

Beispiel 6: Newtonsche Ringe



Tafelrechnung  $\Rightarrow$  Gangunterschied

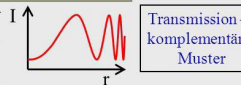
$$\delta = 2\pi \left( \frac{r^2}{\lambda R} + \frac{1}{2} \right)$$

Maxima:  $\delta = 2m\pi \Leftrightarrow r = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R}$

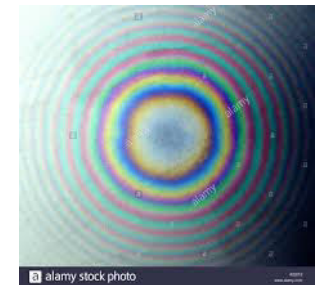
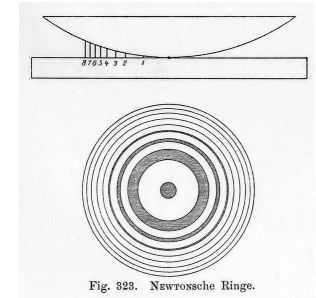
Minima:  $\delta = (2m + 1)\pi \Leftrightarrow r = \sqrt{m\lambda R}$

Reflexion:  $I_2 \approx I_1 = R I_0 \Rightarrow$  starker Kontrast

Transmission:  $I_2 \approx R^2 I_1 \ll I_1 \Rightarrow$  schwacher Kontrast



Transmission  $\rightarrow$   
komplementäres  
Muster



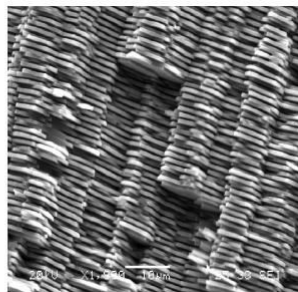
## Biologische Anwendung

Photonische Kristalle

Für Makromoleküle  $\lambda \approx$  sichtbares Licht,  $= 10^{-6}$  meter  $= \mu\text{m}$



Muschelschale



Scanning tunneling microscop

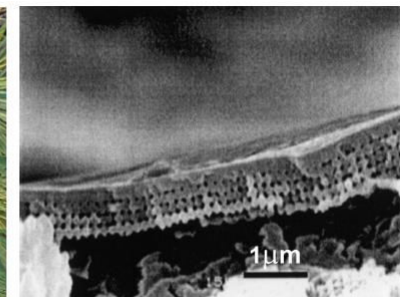
## Biologische Anwendung 2

Photonische Kristalle

Für Makromoleküle  $\lambda \approx$  sichtbares Licht,  $= 10^{-6}$  meter  $= \mu\text{m}$



Pfauenfeder

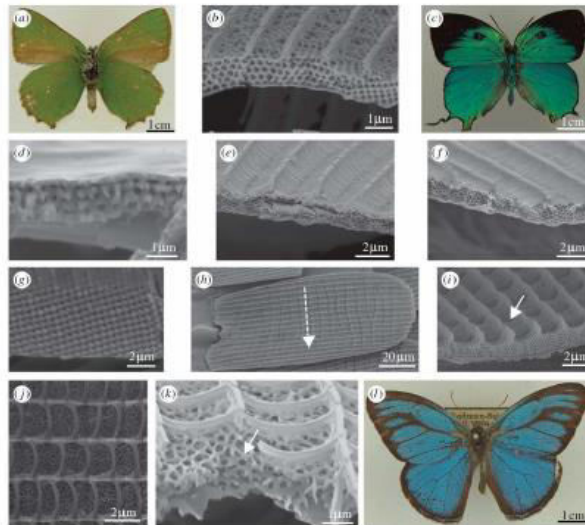


Scanning tunneling microscope (STM)



### Biologische Anwendung 3

Schmetterlinge  
und Schuppe Photos



K. Kertész et al, Gleaming and dull surface textures from photonic-crystal-type nanostructures in the butterfly *Cyanophrys remus*.  
*Physical Review E* 74 (2006) 021922

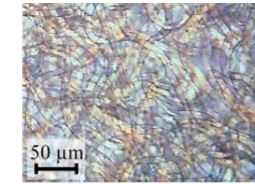
3.9. ábra Különböző lepkék fényképe, és pikkelyek elektronmikroszkopos felvételei [80]. a.) *Calophrys rubi*, b.) *Vaga blackburni* SEM kép, c.) *Arcas imperialis*, d.) *Lysandra coridon* SEM kép, e.) *Thecla coronata* SEM kép, f.) *Thecla imperialis* SEM kép, g.) *Teinopalpus imperialis* SEM kép, h., i.) *Hypochrysops polycletus* SEM kép, j., k., l.) *Euptychia cephus* SEM és fénykép.

### Biologische Anwendung 4

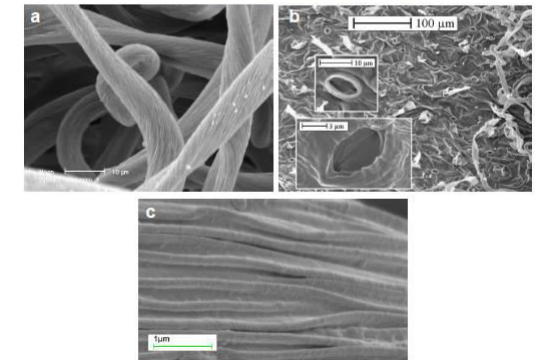
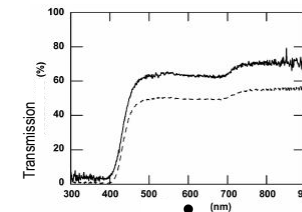
Edelweiss schützt sich gegen UV Strahlung



„Blumenblatthaar“  
STM Aufnahmen



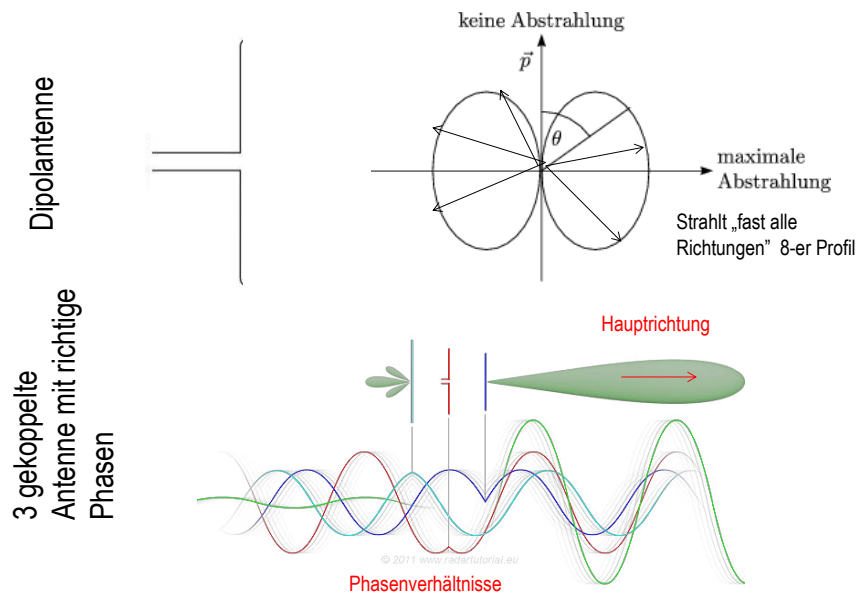
8.3. ábra Vízben készült felvételen a szálak átlátszóak.



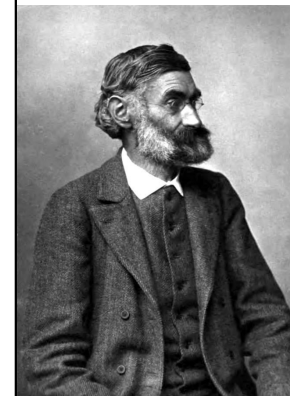
Ergänzungsmaterial

### Weitere Anwendung Antennen

Dipolantenne versus Richtungsantennen



### Auflösungsvermögen des Mikroskops



Ernst Karl Abbe:

1840 Eisenach – 1905 Jena

Physiker, Statistiker, Optiker,  
Industrieller und Sozialreformer  
Gründung des Unternehmens  
Jenaer Glaswerk Schott & Gen  
(heute Schott AG) beteiligt



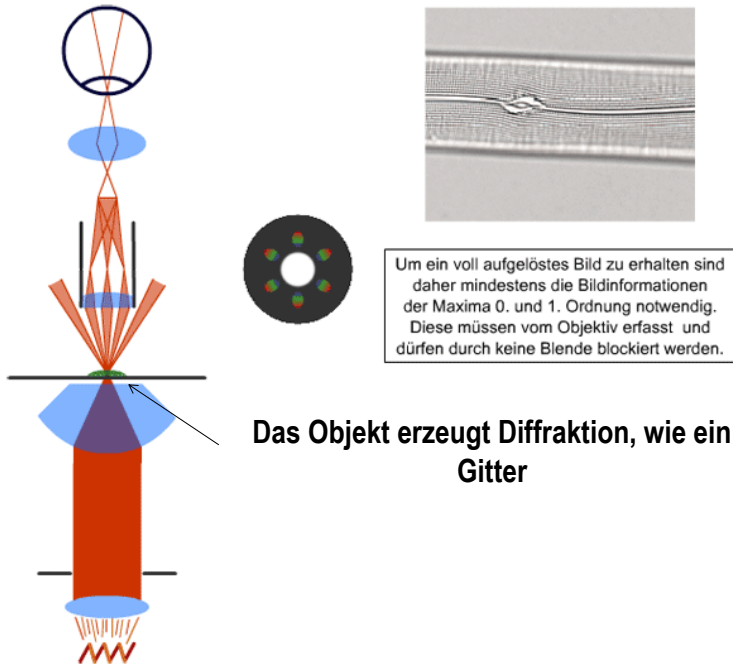
Abbe-Refraktometer

Großes Mikroskop von Carl Zeiss (1879)  
mit Optiken nach den Berechnungen von  
Ernst Abbe



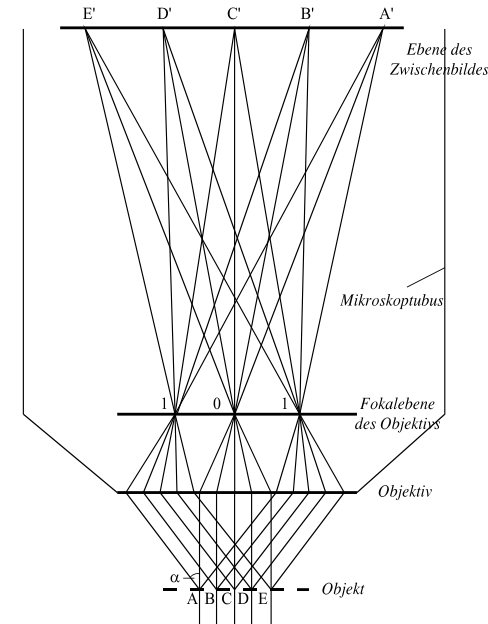
[https://de.wikipedia.org/wiki/Ernst\\_Abbe](https://de.wikipedia.org/wiki/Ernst_Abbe)

## Auflösungsvermögen des Mikroskops



29

## Auflösungsvermögen des Mikroskops



### Abbe Theorie

Bild entsteht im Mikroskop, wenn in der Fokalebene des Objektivs außer dem Hauptmaximum wenigstens auch die Seitenmaxima erster Ordnung entstehen.

$$k \frac{\lambda'}{d} = \sin \alpha_k \leq \sin \omega$$

$\omega$ : Halboffnungswinkel des Objektivs

30

$$k \frac{\lambda'}{d} = \sin \alpha_k \leq \sin \omega$$

$$\delta = \frac{\lambda'}{\sin \omega}$$

$$\delta = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \omega} = \frac{\lambda}{A}$$

$$\delta = 0,61 \frac{\lambda}{n \cdot \sin \omega}$$

$$f = \frac{1}{\delta}$$

$k=1$ ,

$d = \delta$ : die kleinste auflösbare Entfernung

$\lambda' = \lambda/n$ : Wellenlänge im Medium

$\lambda$ : Wellenlänge im Vakuum,

$A$ : numerische Apertur

**Auflösungsgrenze** des Mikroskops (die kleinste auflösbare Entfernung)

**Auflösungsvermögen** des Mikroskops

31

$$\lambda_e \ll \lambda_{\text{Licht}}$$



**Elektronenmikroskopie:**

kleinere Auflösungsgrenze, größeres Auflösungsvermögen

andere **Diffraktionsmethoden/**

Beugungsmethoden:

Röntgendiffraktion,

Elektronendiffraktion,

Neutronendiffraktion

$$\lambda_{\text{Rtg}}, \lambda_e, \lambda_n \ll \lambda_{\text{Licht}}$$

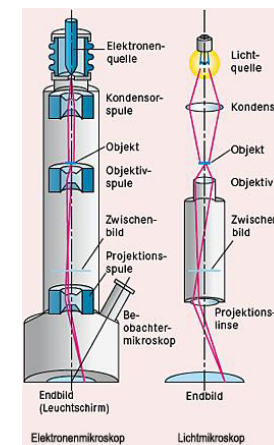
Untersuchungsmöglichkeit

von submikroskopische

Strukturen

Maximale Vergrößerung: Lichtmikroskop: " < 1000

Elektronenmikroskop: 10'000'000



Elektronenenergie: (40 bis 400 keV)



32



## Elektronenmikroskop Aufnahmen:

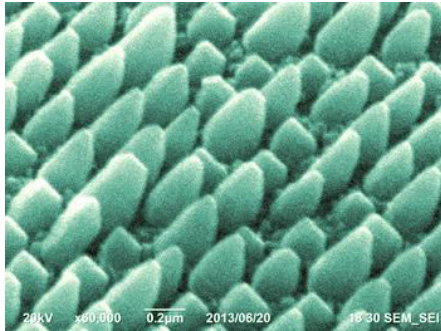
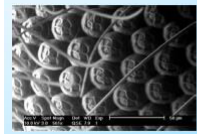
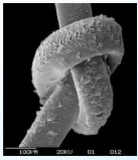


Abb.: Nanosäulen haben auf gleicher Grundfläche eine größere Oberfläche als Schichten;  
Rasterelektronenmikroskopie-Aufnahmen in Aufsicht und Seitenansicht). (Bild: PDI)  
**X 60'000 Vergrößerung**

[http://www.pro-physik.de/details/opnews/8065571/3\\_D-Aufnahmen\\_aus\\_dem\\_Elektronenmikroskop.html](http://www.pro-physik.de/details/opnews/8065571/3_D-Aufnahmen_aus_dem_Elektronenmikroskop.html)



Fliegenauge



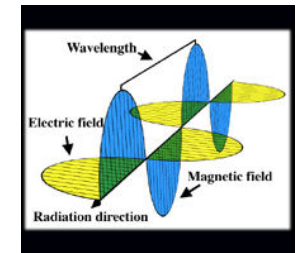
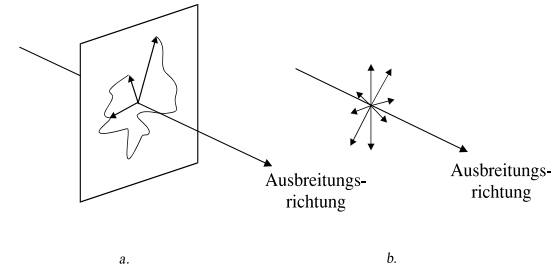
Die braune Hundezecke

Knoten, menschliches Haar mit abgespreizten Schuppen

<https://www.physi.uni-heidelberg.de/~eisele/physikb/ATOMGESEHEN.pdf>

33

## Die Transversalität der Lichtwelle



elektrischer ( $E$ ) und magnetischer ( $B$ ) Feldvektor schwingen immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

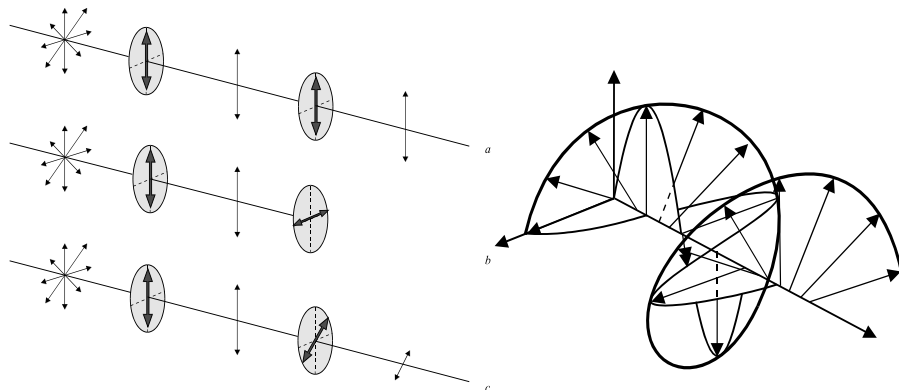
**normales (unpolarisiertes) Licht:**

der elektrische Feldvektor ändert seine Orientierung und Länge **regellos**

**polarisiertes Licht:**

der elektrische Feldvektor ändert seine Orientierung und Länge **regelmässig**

34



Möglichkeit der Polarisationsmikroskopie

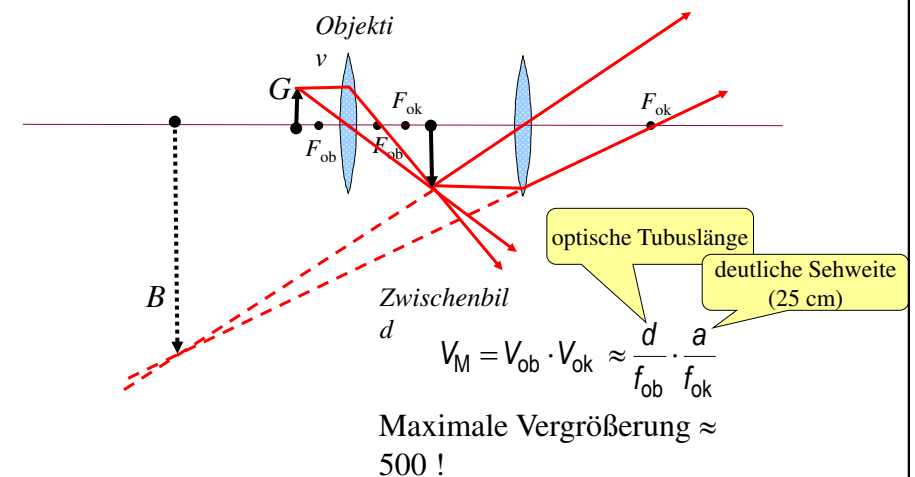
andere Polarisationszustände:

- zirkular polarisiertes Licht
- elliptisch polarisiertes Licht

35

Widerholung:

## Mikroskop

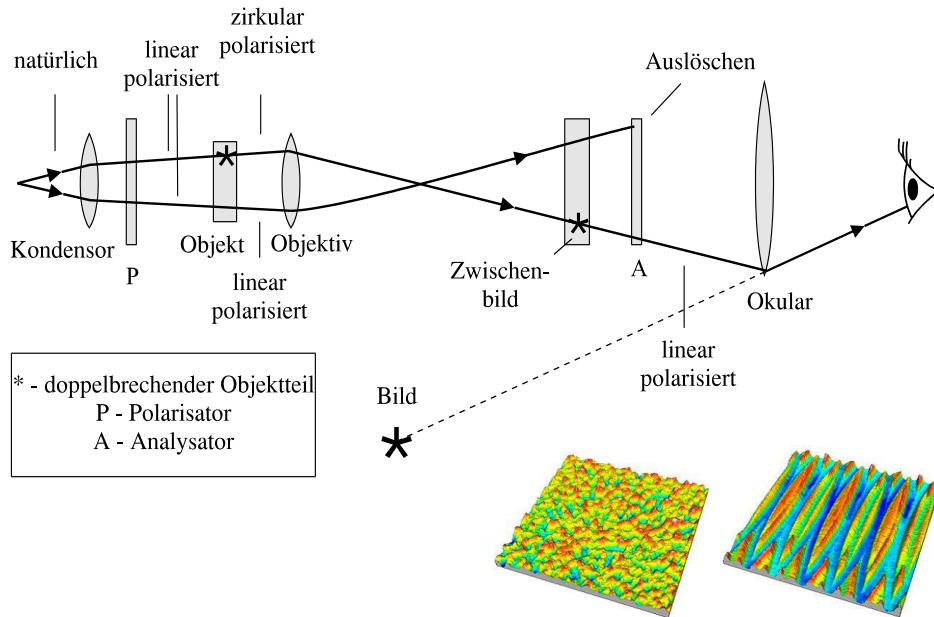


? s. Wellenoptik

⇒

36

## Ergänzungsmaterial: Polarisationsmikroskopie

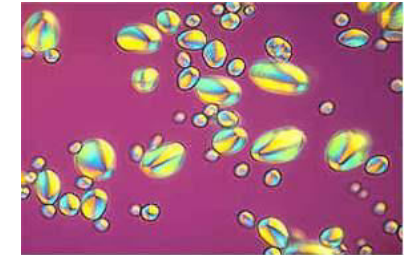


## Polarisationsmikroskopische Aufnahmen

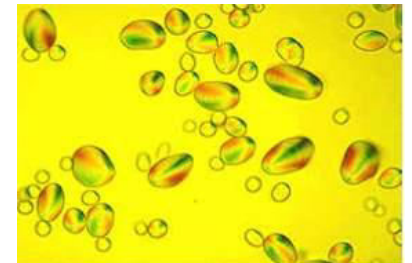
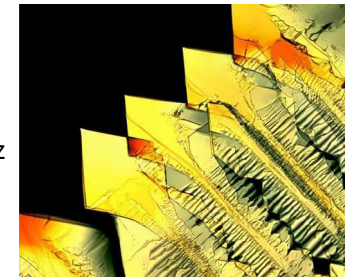
Supermolekül  
aus  
amphiphilen  
Copolymeren



Kartoffelstärke



rotes  
Blutlaugensalz



38

## Berechnungsaufgaben 1

<http://www.raschweb.de/PH10-Gitter-Aufgaben.pdf>

1. Das Licht eines Laser der Wellenlänge 632nm fällt senkrecht auf ein Gitter mit 300 Strichen pro Millimeter. Auf einem Schirm, der 60cm hinter dem Gitter steht, wird das Interferenzmuster aufgefangen.



- a) Welchen Abstand haben die beiden Maxima 2. Ordnung voneinander?  
b) Wie viele Maxima kann man höchstens auf dem Schirm beobachten?

1. a)  $\Delta s = g \cdot \sin \alpha$  und hier  $\Delta s = 2 \cdot \lambda$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\Delta s}{g} = \frac{2 \cdot \lambda}{g} = \frac{2 \cdot 632 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} : 300} = \frac{2 \cdot 632 \cdot 10^{-9} \cdot 300}{1,0 \cdot 10^{-3}} = 0,3792 \Rightarrow \alpha = 22,3^\circ$$

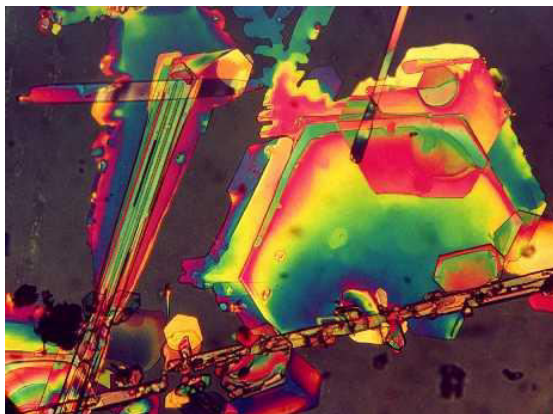
und gesuchter Abstand  $y = 2 \cdot x$  mit  $\frac{x}{60 \text{ cm}} = \tan \alpha$  also  $y = 2 \cdot 60 \text{ cm} \cdot \tan 22,3^\circ = 49 \text{ cm}$

b)  $\Delta s = g \cdot \sin \alpha$  und  $\Delta s = k \cdot \lambda \Rightarrow$

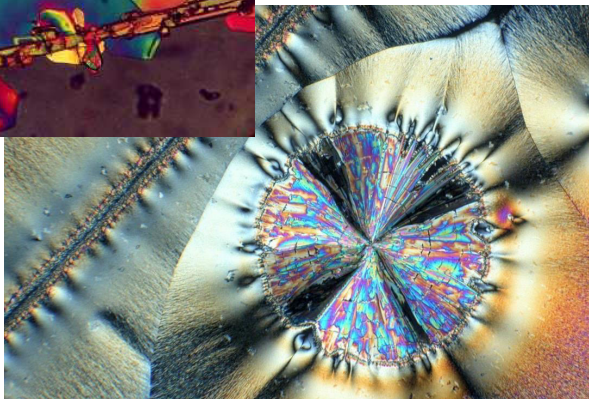
$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{g} = k \cdot \frac{632 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 300}{10^{-3} \text{ m}} = k \cdot 0,1896 \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{0,1896} = 5,3$$

Man kann also Maxima bis zur 5. Ordnung beobachten. + Mit dem Maximum 0. Ordnung sind das insgesamt also 11 Maxima.

40



Vanilinkristall



Ascorbinsäure

39

## Berechnungsaufgaben 2

2. Die Wellenlänge eines Laserpointers wird mit einem optischen Gitter (600 Striche pro Millimeter) ermittelt.

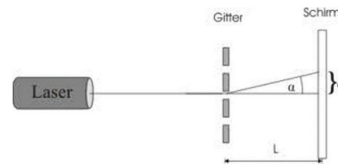
- Skizzieren Sie einen geeigneten Versuchsaufbau.
- Der Abstand der beiden Maxima 1. Ordnung auf dem 50,0cm hinter dem Gitter stehenden Schirm beträgt 33,7cm. Bestimmen Sie die Wellenlänge des Laserlichts.



$$2.b) \tan \alpha = \frac{\delta}{L} = \frac{33,7\text{cm} : 2}{50,0\text{cm}} = 0,337 \Rightarrow \alpha = 18,6^\circ \quad a)$$

$$\Delta s = g \cdot \sin \alpha \quad \text{und} \quad \Delta s = 1 \cdot \lambda \Rightarrow$$

$$\lambda = g \cdot \sin \alpha = \frac{1,0 \cdot 10^{-3}\text{m}}{600} \cdot \sin 18,6^\circ = 532\text{nm}$$

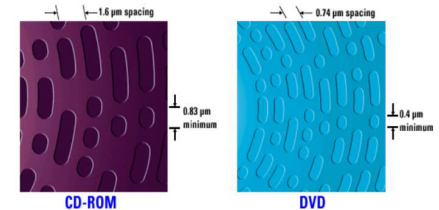


41

## Berechnungsaufgaben 3

3. Entfernt man von einer CD bzw. von einer DVD die Schutzlackschicht, so wirkt die spiralförmige Rille (groove, Graben) wie ein optisches Gitter. Der Rillenabstand entspricht dabei der Gitterkonstanten.

Mit einem Laser der Wellenlänge 633 nm wird ein entsprechend präparierter Rohling durchleuchtet. Das Maximum 2. Ordnung tritt unter einem Winkel von  $52,3^\circ$  relativ zum Maximum 0. Ordnung auf.



Bestimmen Sie den Rillenabstand.

Handelt es sich um eine CD oder um eine DVD?

$$3. \quad \Delta s = g \cdot \sin \alpha \quad \text{und} \quad \Delta s = 2 \cdot \lambda \Rightarrow$$

$$g = \frac{\Delta s}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot \lambda}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot 633 \cdot 10^{-9}\text{m}}{\sin 52,3^\circ} = 1,6 \cdot 10^{-6}\text{m} = 1,6\mu\text{m}$$

Es handelt sich also um eine CD.

42

## Berechnungsaufgaben 4

### Das Modell

#### Bohrsche Postulate

Bohr formulierte sein Modell, indem er das **rutherfordische Modell** um drei Postulate erweiterte. Sie lauten:

- Elektronen bewegen sich auf stabilen Kreisbahnen um den Atomkern. Anders als es die Theorie der **Elektrodynamik** vorhersagt, strahlen die Elektronen beim Umlauf keine Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab.
- Der Radius der Elektronenbahn ändert sich nicht kontinuierlich, sondern sprunghaft. Bei diesem **Quantensprung** wird elektromagnetische Strahlung abgegeben (oder aufgenommen), deren Frequenz sich aus dem von Max Planck entdeckten Zusammenhang zwischen Energie und Frequenz von Licht ergibt. Wenn  $E_{n1}$  die Energie des Ausgangszustands und  $E_{n2}$  die Energie des Zielzustands ist, dann wird ein Lichtquant emittiert mit der Frequenz  $\nu$  der ausgesandten Strahlung  $\nu = (E_{n1} - E_{n2})/h$ .
- Elektronenbahnen sind nur stabil, wenn der **Bahndrehimpuls**  $L$  des Elektrons ein ganzzahliges Vielfaches des **planckschen Wirkungsquantums**  $\hbar$  ist.  $L = n\hbar$ . Dieses Postulat wird häufig auch **Auswahlbedingung** genannt.

Rechnen wir mal die Elektronengeschwindigkeiten, Elektronenradien und die Elektronenenergien im Wasserstoffatom aus! ☺

Ich schreibe es an die Tafel....

43

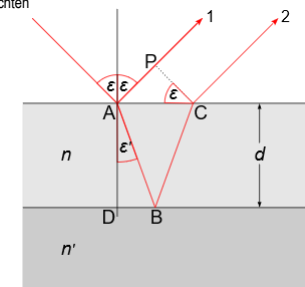
## Berechnungsaufgaben 5

### Interferenz an Dünnen Schichten

<https://www.leifiphysik.de/optik/beugung-und-interferenz/grundwissen/interferenz-duennen-schichten>

#### Allgemeine Betrachtung

Bei der Interferenz an dünnen Schichten fällt Licht aus der Luft (Brechungsindex 1) unter dem Winkel der Weite  $\epsilon$  auf eine dünne Schicht mit der Dicke  $d$  und dem Brechungsindex  $n$ , die sich oberhalb einer weiteren Schicht mit dem Brechungsindex  $n'$  befindet. Ein Teil des Lichts (1) wird an der Oberfläche (A) reflektiert, ein anderer Teil des Lichts (2) wird beim Eintritt in die Schicht zum Lot hin gebrochen, an der Unterseite der Schicht (B) reflektiert und beim Austritt aus der Schicht (C) vom Lot weg erneut gebrochen. Schließlich fallen die beiden Teilstrahlen wieder zusammen und interferieren.



44



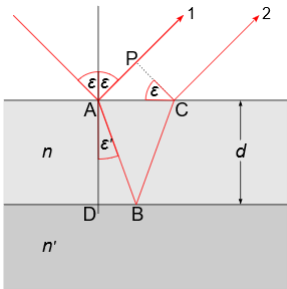
## Berechnung des Gangunterschiedes

Um herauszufinden, unter welchen Winkeln konstruktive und unter welchen Winkeln destruktive Interferenz von Licht einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda$  auftritt, benötigt man den optischen Gangunterschied  $\Delta s = n \cdot |AB| + n \cdot |BC| - |AP|$  der beiden, ab der Strecke  $\overline{PC}$  wieder parallelen Wellenfronten (1) und (2). Wegen  $|BC| = |AB|$  beträgt dieser Gangunterschied auch

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot |AB| - |AP|$$

Wendet man nun trigonometrische Beziehungen in den Dreiecken **ADB** und **ACP** an, nutzt, dass das Dreieck **ABC** gleichschenkelig ist, beachtet das Brechungsgesetz  $n = \frac{\sin(\epsilon)}{\sin(\epsilon')}$  und führt einige trigonometrische und algebraische Umformungen durch, so erhält man schließlich

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\epsilon)}$$



45

Zuerst gilt im rechtwinkligen Dreieck **ADB**

$$|AB| = \frac{d}{\cos(\epsilon')}$$

sowie im rechtwinkligen Dreieck **ACP**

$$|AP| = |AC| \cdot \sin(\epsilon)$$

Damit ergibt sich

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot \frac{d}{\cos(\epsilon')} - |AC| \cdot \sin(\epsilon)$$

Weiter gilt im rechtwinkligen Dreieck **ADB**

$$|DB| = d \cdot \tan(\epsilon')$$

und weil das Dreieck **ABC** gleichschenkelig ist

$$|AC| = 2 \cdot |DB|$$

und damit

$$|AC| = 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon')$$

Damit ergibt sich nun

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot \frac{d}{\cos(\epsilon')} - 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon)$$

Mehrmaliges Anwenden des Brechungsgesetz  $n = \frac{\sin(\epsilon)}{\sin(\epsilon')}$  und einige trigonometrische und algebraische Umformungen ergibt

46

einfache Schreibweise:  $\sin^2(\epsilon) = (\sin(\epsilon))^2$

$$x = \sqrt{x^2}$$

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot \frac{d}{\cos(\epsilon')} - 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon)$$

$$= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} - 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon)$$

$$= 2 \cdot d \cdot \left( \frac{n}{\cos(\epsilon')} - \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon) \right)$$

← **Hervorheben 2d**

$$= 2 \cdot d \cdot \left( \frac{n}{\cos(\epsilon')} - \frac{n}{n} \cdot \frac{\sin(\epsilon')}{\cos(\epsilon')} \cdot \sin(\epsilon) \right)$$

← Definition von  $\tan(\epsilon) = \sin(\epsilon)/\cos(\epsilon)$  und einschreiben  $n/n = 1$

$$= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot \left( 1 - \frac{\sin(\epsilon')}{n} \cdot \sin(\epsilon) \right)$$

← **Hervorheben  $n/\cos(\epsilon')$**

$$= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot \left( 1 - \frac{\sin(\epsilon')}{\frac{\sin(\epsilon)}{\sin(\epsilon')}} \cdot \sin(\epsilon) \right)$$

← Definition von Snellius-Descartes Gesetzes  $n = \sin(\epsilon)/\sin(\epsilon')$

$$= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot (1 - \sin^2(\epsilon'))$$

← **Vereinfachung mit  $\sin(\epsilon)$**

$$= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot \cos^2(\epsilon')$$

← **Benutzung  $1 = \sin^2(\epsilon) + \cos^2(\epsilon)$**

$$= 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\epsilon')$$

← **Vereinfachung mit  $\cos(\epsilon')$**

$$= 2 \cdot d \cdot n \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\epsilon')}$$

← **Benutzung  $\cos(\epsilon') = (1 - \sin^2(\epsilon'))^{1/2}$**

$$= 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - n^2 \cdot \sin^2(\epsilon')}$$

← **Benutzung  $n = (n^2)^{1/2}$**

$$= 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\epsilon)}$$

← Definition von Snellius-Descartes Gesetzes  $\sin(\epsilon) = n \sin(\epsilon')$

Huh! :)

47

## Zusammenfassung

**Wellenoptik,  
Interferenz, Beugung, Polarization  
Anwendungen: Polarisationsmikroskop**

### Rechenaufgaben

### Nützliche youtube videos:

Wie ändert ein Chamäleon seine Farbe?

<https://www.youtube.com/watch?v=h-aCUfjk92o>

Von Schminke, Seifenblasen und Schmetterlingen - Matthias Knorr  
im Famelab-Deutschlandfinale 2016

<https://www.youtube.com/watch?v=WLOWmdw9jnQ>

48

*Vielen Dank für ihre*



*Aufmerksamkeit!*

*Fragen, Bemerkungen, Kommentare?*