



BIOPHYSIK

6. Vorlesung

**Wellenoptik, Beugung,
Interferenz, Polarization
Berechnungsaufgaben**



1

Experimente (z. B. Brechung) – Licht verhält sich wie eine Welle

Experimente (z. B. Photoeffekt) – Licht besteht aus Teilchen (Quanten)

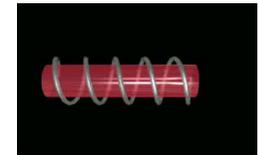
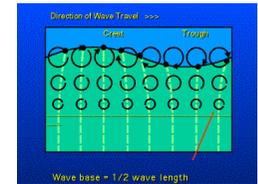
Exakt: Quantenfeldtheorie

Annäherungsmöglichkeiten (Modelle):

– **Wellenmodell** (Wellenoptik)

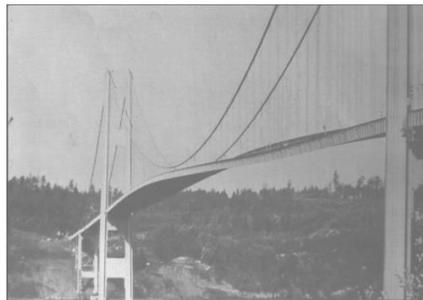
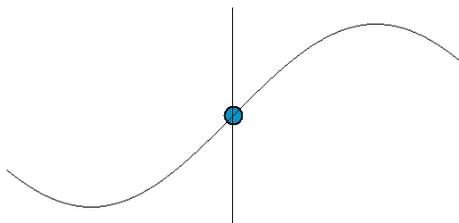
– **Quantenmodell** (Quantenoptik, Photonentheorie)

(Dualismus von Welle und Korpuskel)



Licht als Welle

2



periodische Bewegungen: Schwingung und Welle

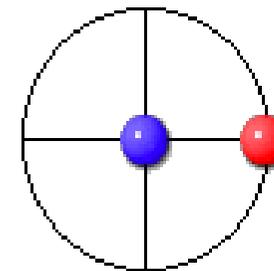
Schwingungsbewegung, "nur" zeitliche Periodizität

– zeitliche Periode, Periodenzeit, Schwingungsdauer, T

– Kehrwert: $1/T=f$, Frequenz

$$u(t) = u_{\max} \sin[\phi(t)]$$

3

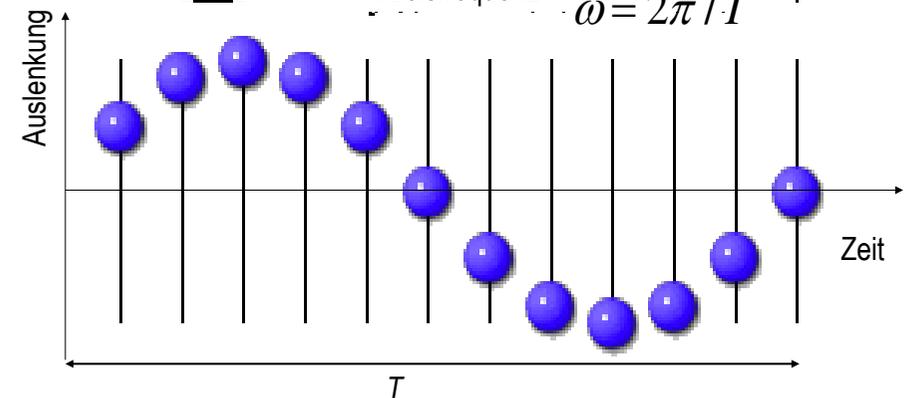


$$u(t) = u_{\max} \sin[\phi(t)]$$

Amplitude u_{\max}

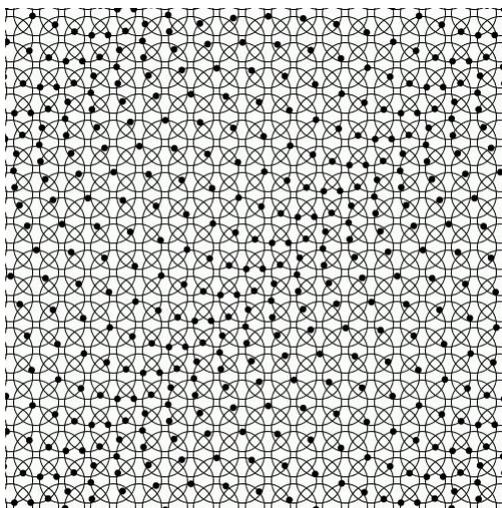
Phase $\phi(t) = \omega t$

Kreisfrequenz $\omega = 2\pi / T$



4

Beispiel für eine Welle



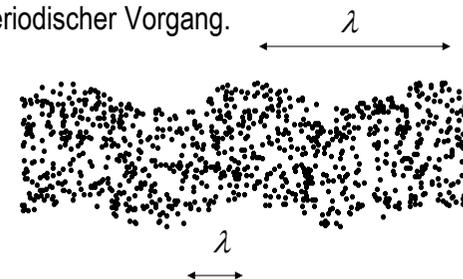
5

Wellenbewegung

Ausbreitung eines Schwingungszustandes in einem schwingungsfähigen Medium.
Räumlich und zeitlich periodischer Vorgang.

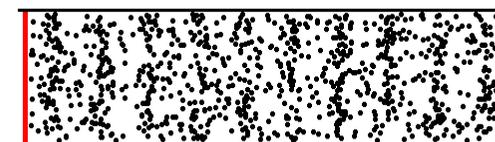
transversale Welle:

Schwingungsrichtung
senkrecht zur
Ausbreitungsrichtung



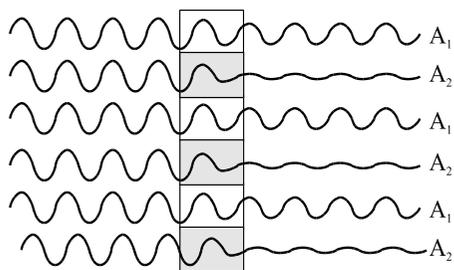
longitudinale Welle:

Schwingungsrichtung
parallel zur
Ausbreitungsrichtung



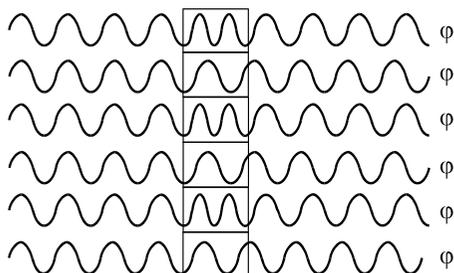
6

Amplitude und Phase



$$u(x,t) = u_{\max} \sin[\varphi(x,t)]$$

u_{\max} Amplitude



$$\begin{aligned} \varphi(x,t) &= \omega t - kx = \\ &= 2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \end{aligned}$$

(Wellen-)Phase

7

Wellengleichung

$$u(x,t) = u_{\max} \sin \left[2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right]$$

$$(vt = s \leftrightarrow) \quad cT = \lambda \Rightarrow \lambda f = c$$

Fortpflanzungsgeschwindigkeit mal
die zeitliche Periode gibt die örtliche
Periode

Licht: **elektromagnetische** Welle, transversale Welle

$u(x,t)$: E (elektrische Feldstärke) und

B (magnetische Feldstärke/ Induktion)

8

Interferenz: Überlagerung von Wellen

Prinzip der ungestörten **Superposition:**

Die Amplitude des resultierenden Wellenfeldes ergibt sich an jeder Stelle zu jeder Zeit durch die **vektorielle Addition** der Einzelamplituden

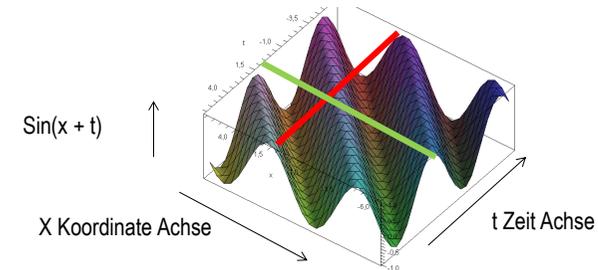
Prinzip von **Huygens-Fresnel:**

Jeder Punkt einer Wellenfläche ist der Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Die äussere Einhüllende solcher Elementarwellen bildet wieder eine neue Wellenfläche der vom primären Erregungszentrum ausgehenden Welle.

Zeitliche und räumliche Periodizität

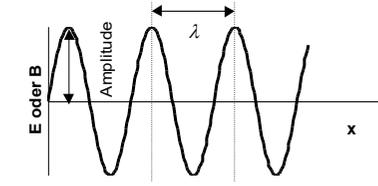
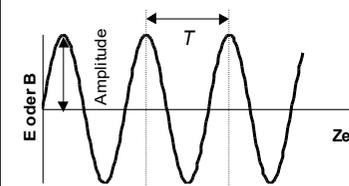
Eine $\sin(x + t)$ Welle, eine Funktion von 2 Variablen

eine Oberfläche



räumlicher Punkt fixiert

zeitlicher Punkt fixiert

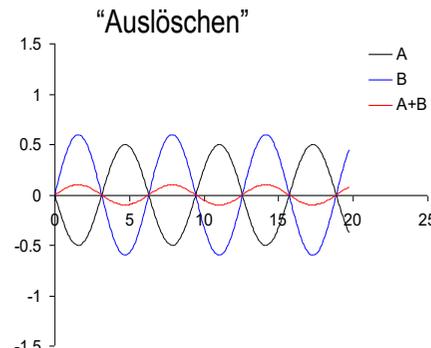
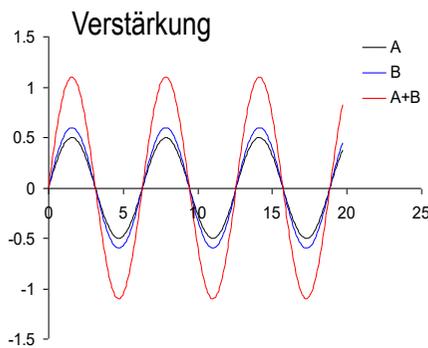


Interferenz: Überlagerung von Wellen

Um eine dauernde Interferenz zu erhalten, müssen die Wellen dieselbe Phase (Beziehung) zueinander behalten – **Kohärenz**

positive (konstruktive)

negative (destruktive)



$$\Delta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots =$$

$$= k \cdot \lambda = 2k \cdot (\lambda/2), \text{ wo } k=0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots =$$

$$= (2k+1) \cdot (\lambda/2), \text{ wo } k=0, 1, 2, 3, \dots$$

Interferenzmuster von Wasserwellen, die von zwei Quellen ausgehen

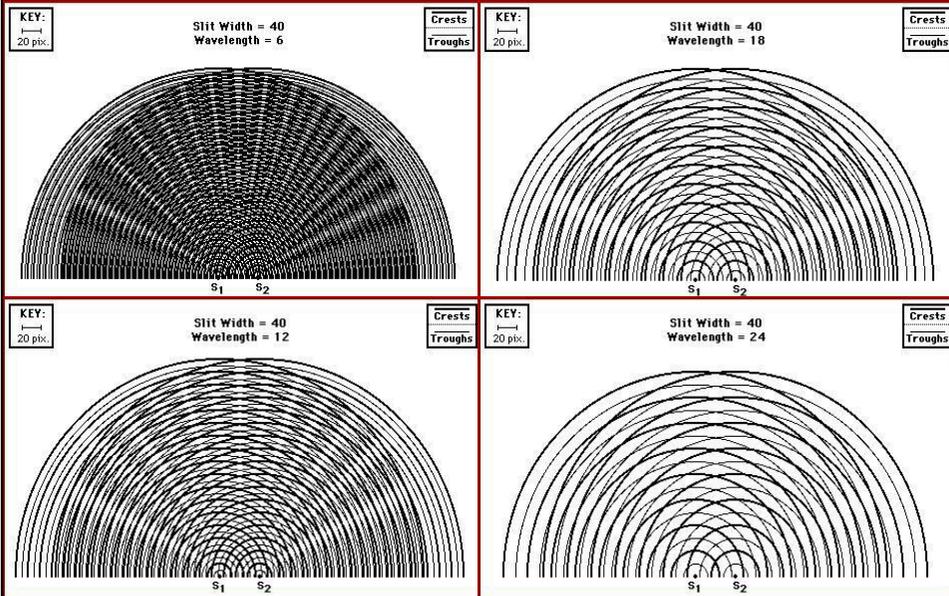


Interferenz bei zwei punktförmiger Quellen

Abstand der Quellen ist fixiert, Wellenlänge verändert sich

dicke Linie: Wellenberg

dünne Linie: Wellental

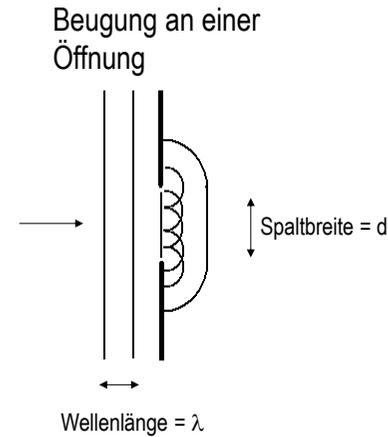


Beugung (=Diffraktion) „Interferenz von Kontinuum Vielen Wellen“

Ablenkung des Lichtes an Objekten im Wellenfeld, die die komplexe Amplitude örtlich ändern, aufgrund des Huygenschen Prinzips

Huygens (-Fresnel)

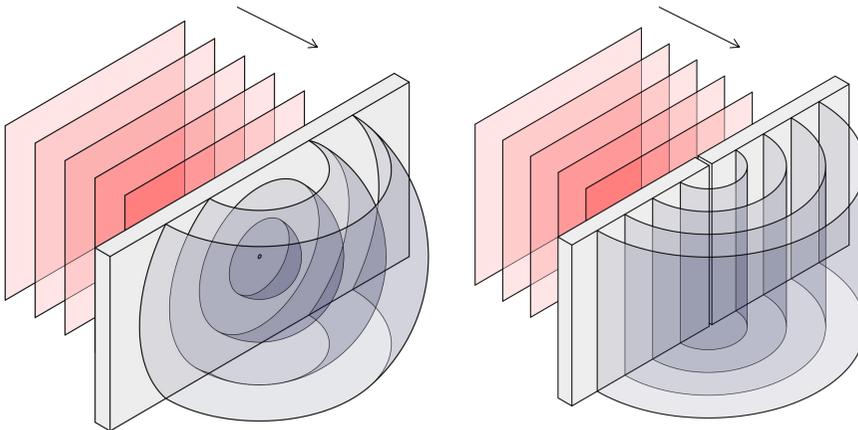
Jeder Punkt einer Wellenfront ist der Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle. Die neue Wellenfront der Welle wird durch Überlagerung aller elementarwellen gebildet.



schwache Beugung: $d/\lambda \gg 1$

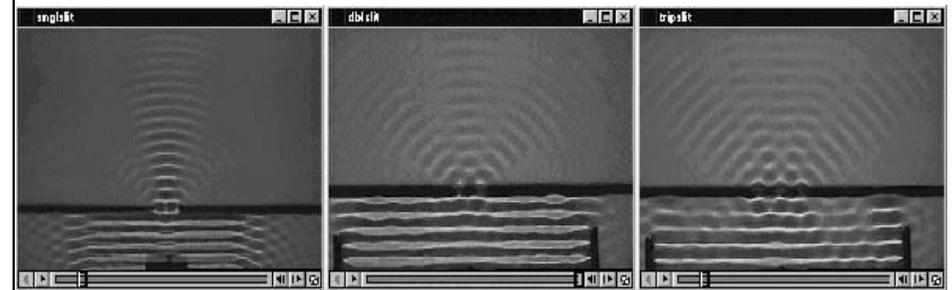
starke Beugung: $d/\lambda \geq 1$

Wellenausbreitungsrichtung der ebene Welle



Wenn der Lochdurchmesser deutlich kleiner ist als die Wellenlänge, entstehen dahinter Kugelwellen

Wenn die Schlitzbreite deutlich kleiner ist als die Wellenlänge, entstehen dahinter Zylinderwellen.



Beugung am Einzelspalt

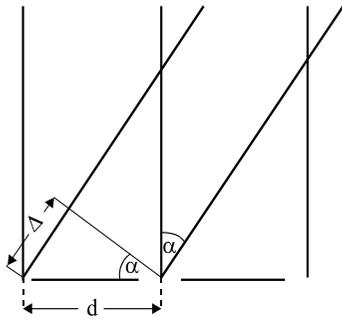
Beugung am Doppelspalt

Beugung am Dreierspalt

Beugung am Gitter

Amplitudengitter

Unter einem optischen Gitter versteht man ein Objekt, in dem sich die Bedingungen der Lichtausbreitung periodisch ändern.

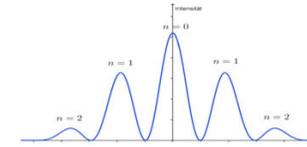


$$\Delta = d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda$$

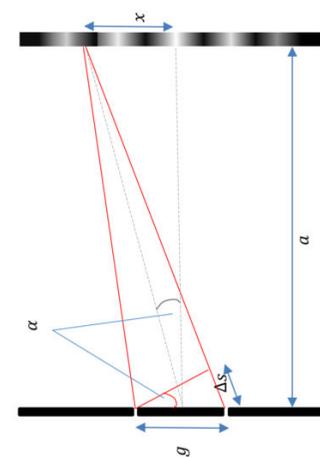
Die zu den Werten $k = 0, 1, 2, \dots$ gehörenden Maxima werden als **Diffractionsbilder** oder **Seitenmaxima** nullter, erster, zweiter ... Ordnung bezeichnet, das von nullter Ordnung wird auch **Hauptmaximum** genannt. Das gesamte Beugungsbild ist symmetrisch zum Hauptmaximum.

17

Beugung am Gitter



Intensitätsfunktion



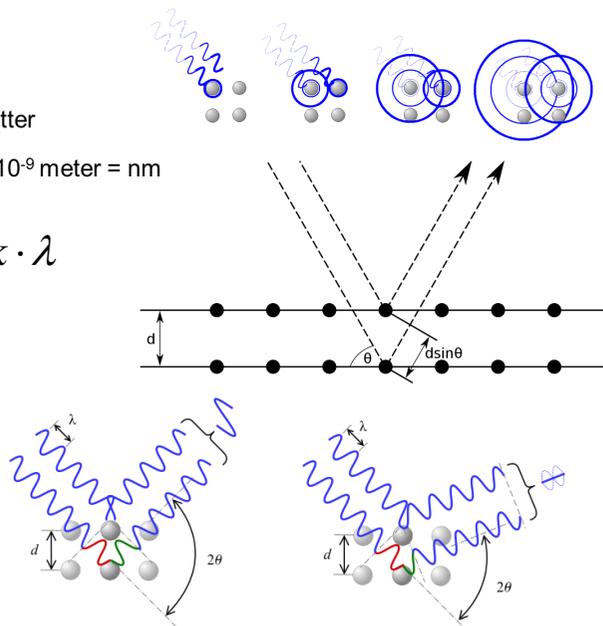
18

Interferenz am Gitter

Bragg-Bedingung am 3D Gitter

Für Atomen $\lambda \approx$ Röntgen = 10^{-9} meter = nm

$$\Delta = d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda$$



19

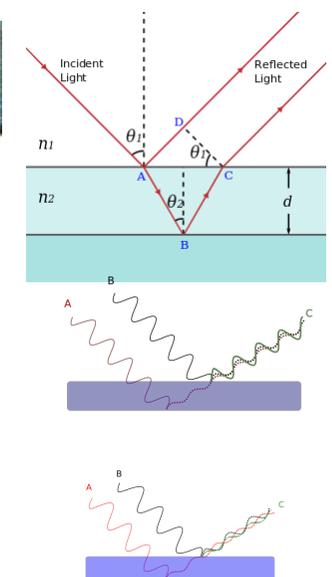
Interferenz and dünnen Schichten die erste Anwendung in der Industrie



Temperiertes Eisen hat Eisenoxid oder Eisendioxid Film an der Oberfläche

Filmdicke ist proportional mit dem Temperatur

Farbe ist proportional mit dem Temperatur

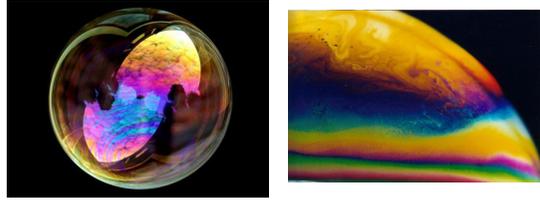


20

Interferenz an dünnen Schichten



Ölfilm auf dem Wasser



Lichtreflexion & Interferenz and Seifenblasen



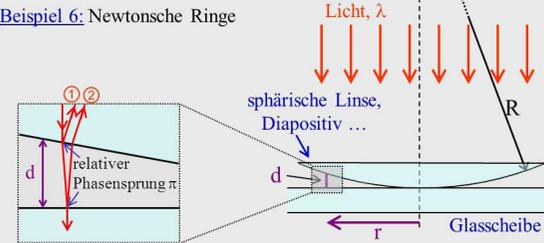
Interferenz bei der Lichtreflexion an einer CD



Interferenz am Airbus cockpit Fenster wegen Defrost Auftausalz

Interferenz an dünnen Schichten

Beispiel 6: Newtonsche Ringe



Tafelrechnung \Rightarrow Gangunterschied

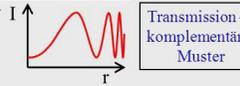
$$\delta = 2\pi \left(\frac{r^2}{\lambda R} + \frac{1}{2} \right)$$

Maxima: $\delta = 2m\pi \Leftrightarrow r = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R}$

Minima: $\delta = (2m + 1)\pi \Leftrightarrow r = \sqrt{m\lambda R}$

Reflexion: $I_2 \approx I_1 = R I_0 \Rightarrow$ starker Kontrast

Transmission: $I_2 \approx R^2 I_1 \ll I_1 \Rightarrow$ schwacher Kontrast



Transmission \rightarrow komplementäres Muster

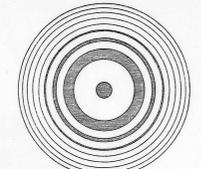
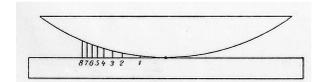
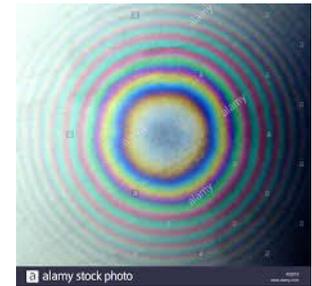


Fig. 328. Newtonsche Ringe.



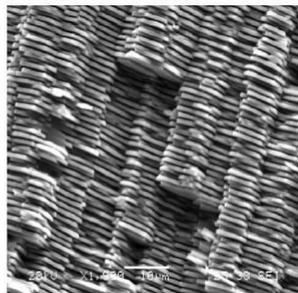
Biologische Anwendung

Photonische Kristalle

Für Makromoleküle $\lambda \approx$ sichtbares Licht, $= 10^{-6}$ meter $= \mu\text{m}$



Muschelschale



Scanning tunneling microscop

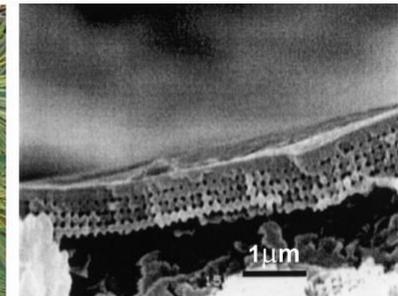
Biologische Anwendung 2

Photonische Kristalle

Für Makromoleküle $\lambda \approx$ sichtbares Licht, $= 10^{-6}$ meter $= \mu\text{m}$



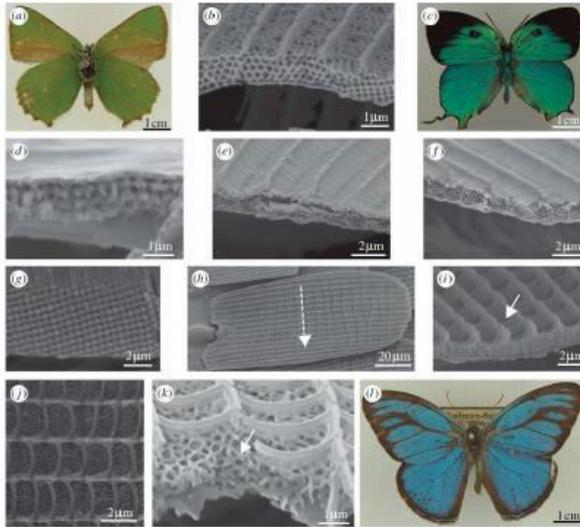
Pfauenfeder



Scanning tunneling microscope (STM)

Biologische Anwendung 3

Schmetterlinge
und Schuppe Photos



K. Kertész et al, Gleaming and dull surface textures from photonic-crystal-type nanostructures in the butterfly *Cyanophrys remus*. *Physical Review E* 74 (2006) 021922

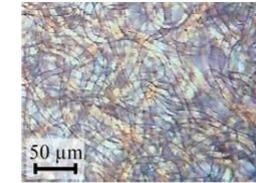
3.9. ábra Különböző lepkék fényképe, és pikkelyek elektronmikroszkopos felvételei [80]. a.) *Calliphrys rubi*, b.) *Vaga blackburni* SEM kép, c.) *Arcas imperialis*, d.) *Lysandra coridon* SEM kép, e.) *Thecla coronata* SEM kép, f.) *Thecla imperialis* SEM kép, g.) *Teinopalpus imperialis* SEM kép, h., i.) *Hypochrysops polycletus* SEM kép, j., k., l.) *Euptychia cephus* SEM és fénykép.

Biologische Anwendung 4

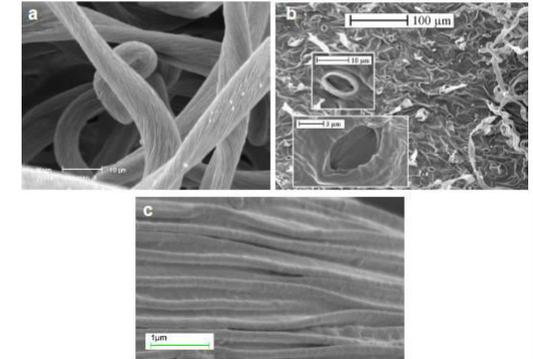
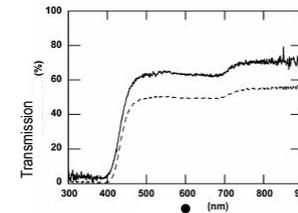
Edelweiss schützt sich gegen UV Strahlung



„Blumenblatthaar“
STM Aufnahmen



8.3. ábra Vízben készült felvételen a szálak átátszóak.

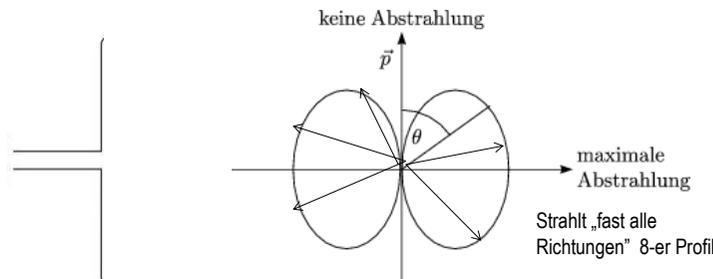


Ergänzungsmaterial

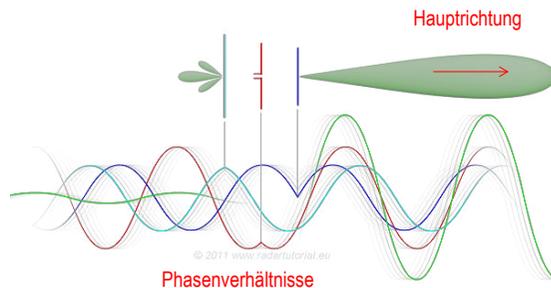
Weitere Anwendung Antennen

Dipolantenne versus Richtungsantennen

Dipolantenne



3 gekoppelte
Antenne mit richtige
Phasen



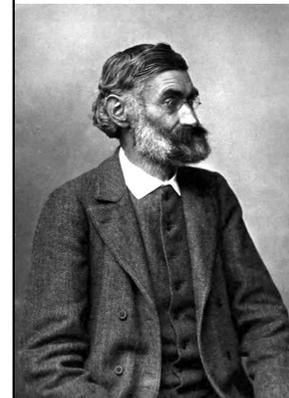
© 2011 www.radar-tutorial.eu

Auflösungsvermögen des Mikroskops

Ernst Karl Abbe:

1840 Eisenach – 1905 Jena

Physiker, Statistiker, Optiker,
Industrieller und Sozialreformer
Gründung des Unternehmens
Jenaer Glaswerk Schott & Gen
(heute Schott AG) beteiligt



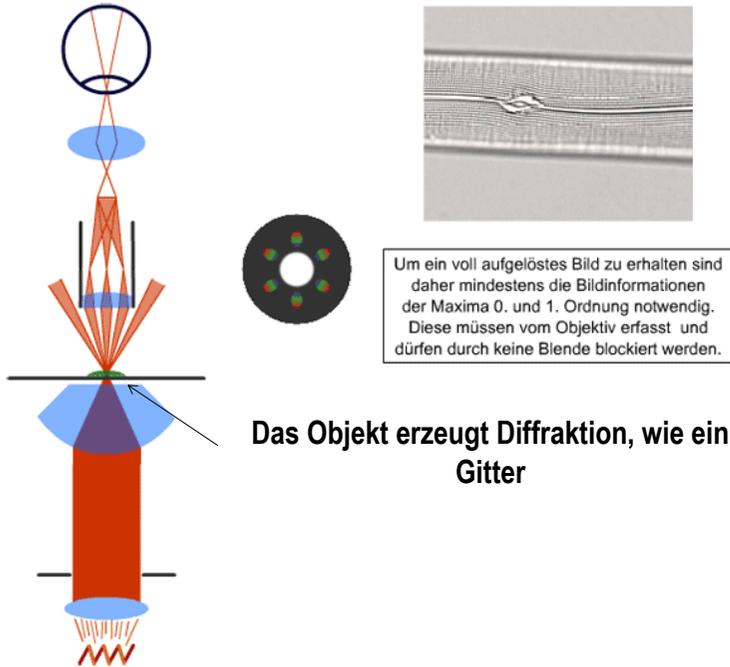
Abbe-Refraktometer

Großes Mikroskop von Carl Zeiss (1879)
mit Optiken nach den Berechnungen von
Ernst Abbe



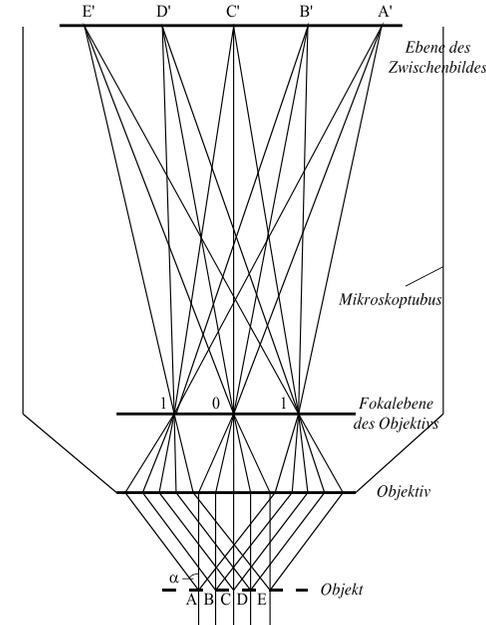
https://de.wikipedia.org/wiki/Ernst_Abbe

Auflösungsvermögen des Mikroskops



29

Auflösungsvermögen des Mikroskops



Abbe Theorie

Bild entsteht im Mikroskop, wenn in der Fokalebene des Objektivs außer dem Hauptmaximum wenigstens auch die Seitenmaxima erster Ordnung entstehen.

$$k \frac{\lambda'}{d} = \sin \alpha_k \leq \sin \omega$$

ω : Halboffnungswinkel des Objektivs

30

$$k \frac{\lambda'}{d} = \sin \alpha_k \leq \sin \omega$$

$$\delta = \frac{\lambda'}{\sin \omega}$$

$$\delta = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \omega} = \frac{\lambda}{A}$$

$$\delta = 0,61 \frac{\lambda}{n \cdot \sin \omega}$$

$$f = \frac{1}{\delta}$$

$k=1$,

$d = \delta$: die kleinste auflösbare Entfernung

$\lambda' = \lambda/n$: Wellenlänge im Medium

λ : Wellenlänge im Vakuum,

A: numerische Apertur

Auflösungsgrenze des Mikroskops (die kleinste auflösbare Entfernung)

Auflösungsvermögen des Mikroskops

31

$$\lambda_e \ll \lambda_{\text{Licht}}$$



Elektronenmikroskopie:

kleinere Auflösungsgrenze, größeres Auflösungsvermögen

andere **Diffractionsmethoden/**

Beugungsmethoden:

Röntgendiffraktion,

Elektronendiffraktion,

Neutronendiffraktion

$$\lambda_{\text{Rtg}}, \lambda_e, \lambda_n \ll \lambda_{\text{Licht}}$$

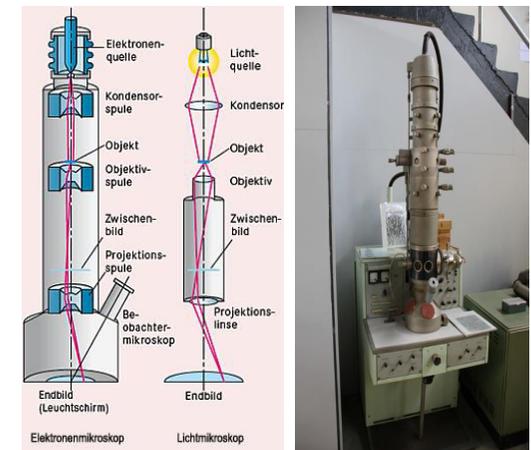
Untersuchungsmöglichkeit

von submikroskopische

Strukturen

Maximale Vergrößerung: Lichtmikroskop: $\approx < 1000$

Elektronenmikroskop: $10'000'000$



Elektronenergie: (40 bis 400 keV)

32

Elektronenmikroskop Aufnahmen:

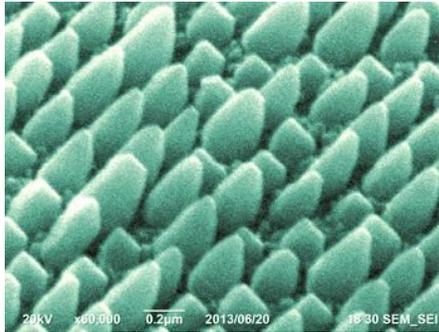
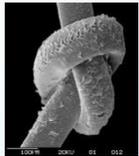
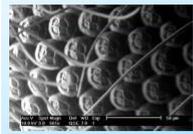


Abb.: Nanosäulen haben auf gleicher Grundfläche eine größere Oberfläche als Schichten;
Rasterelektronenmikroskopie-Aufnahmen in Aufsicht und Seitenansicht). (Bild: PDI)
X 60'000 Vergrößerung

http://www.pro-physik.de/details/opnews/8065571/3_D-Aufnahmen_aus_dem_Elektronenmikroskop.html



Knoten, menschliches Haar mit abgespreizten Schuppen



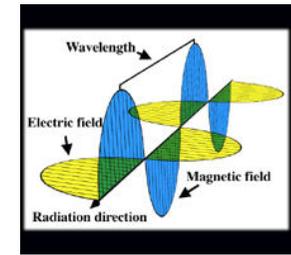
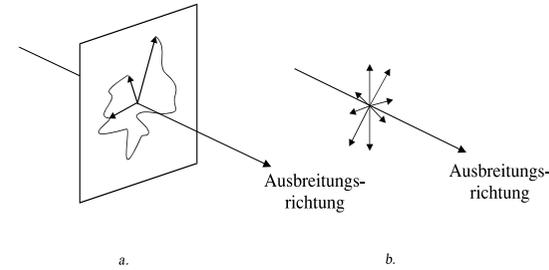
Fliegenauge



Die braune Hundezecke

<https://www.physi.uni-heidelberg.de/~eisele/physikb/ATOMESEHEN.pdf>

Die Transversalität der Lichtwelle



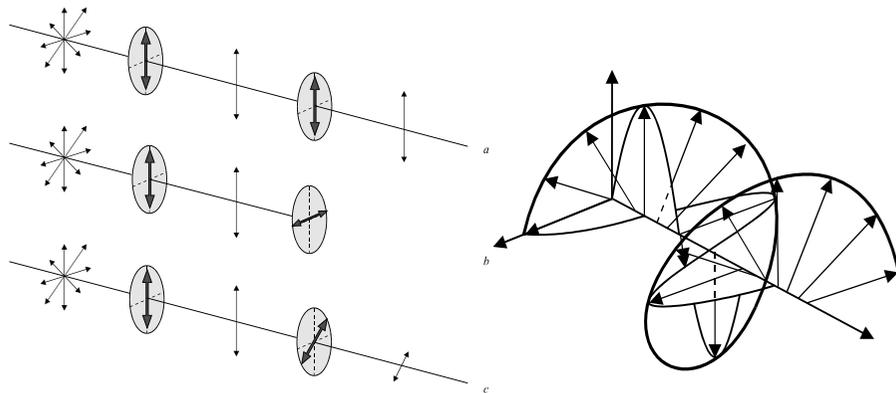
elektrischer (E) und magnetischer (B) Feldvektor schwingen immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

normales (unpolarisiertes) Licht:

der elektrische Feldvektor ändert seine Orientierung und Länge **regellos**

polarisiertes Licht:

der elektrische Feldvektor ändert seine Orientierung und Länge **regelmässig**

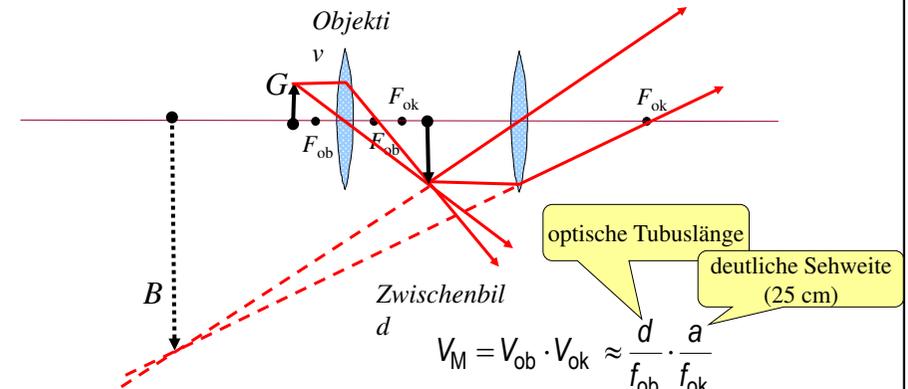


Möglichkeit der Polarisationsmikroskopie

andere Polarisationszustände:
– zirkular polarisiertes Licht
– elliptisch polarisiertes Licht

Widerholung:

Mikroskop



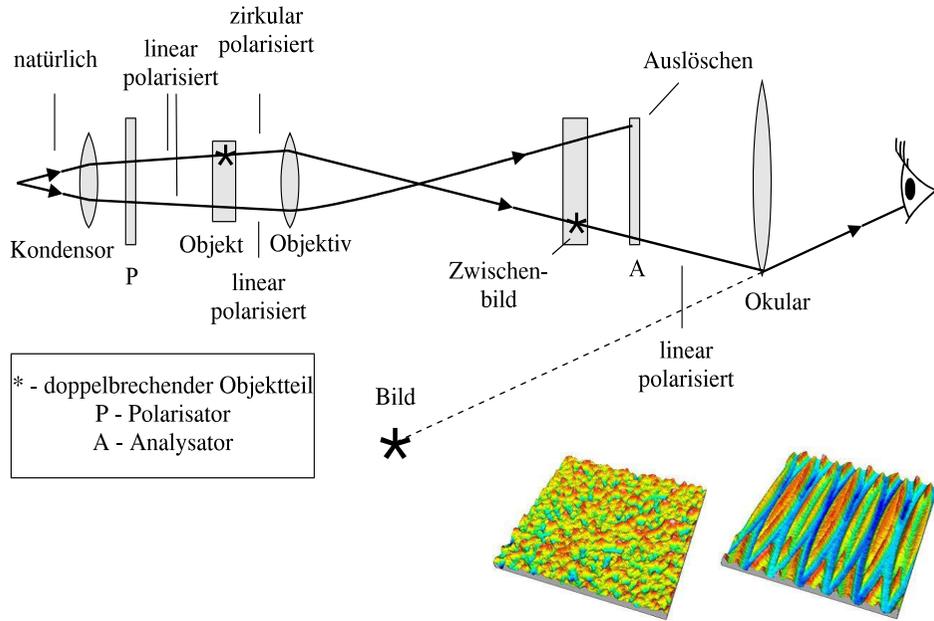
$$V_M = V_{ob} \cdot V_{ok} \approx \frac{d}{f_{ob}} \cdot \frac{a}{f_{ok}}$$

Maximale Vergrößerung \approx 500 !

? s. Wellenoptik

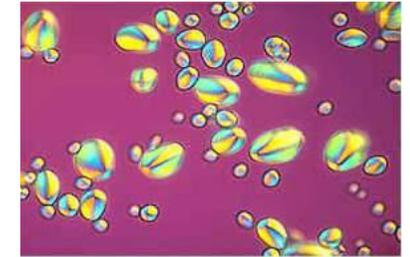


Ergänzungsmaterial: Polarisationsmikroskopie



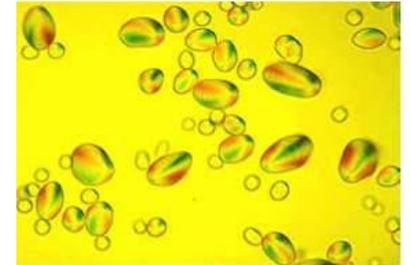
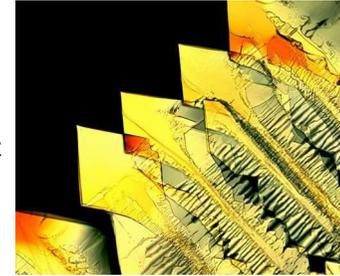
Polarisationsmikroskopische Aufnahmen

Supermolekül
aus
amphiphilen
Copolymeren

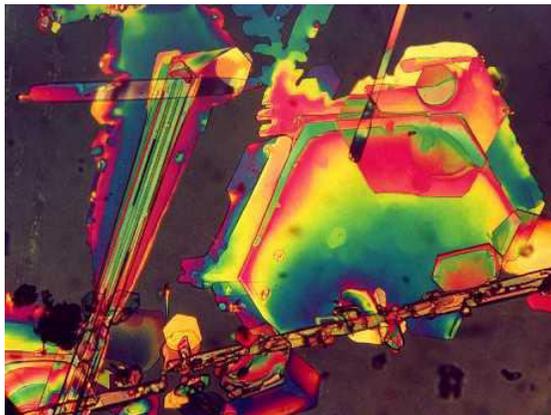


Kartoffelstärke

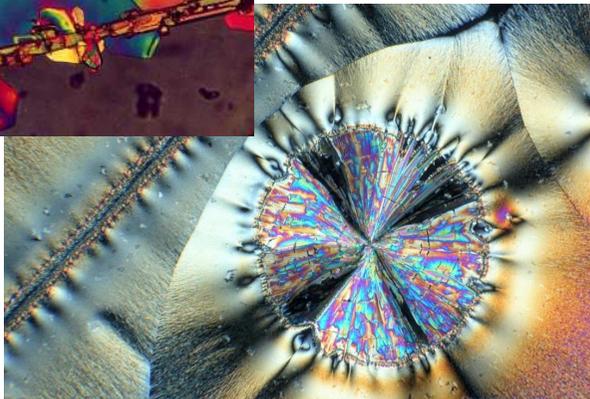
rotes
Blutlaugensalz



38



Vanilinkristall



Ascorbinsäure

39

Berechnungsaufgaben 1

<http://www.raschweb.de/PH10-Gitter-Aufgaben.pdf>

1. Das Licht eines Laser der Wellenlänge 632nm fällt senkrecht auf ein Gitter mit 300 Strichen pro Millimeter. Auf einem Schirm, der 60cm hinter dem Gitter steht, wird das Interferenzmuster aufgefangen.



- a) Welchen Abstand haben die beiden Maxima 2. Ordnung voneinander?
b) Wie viele Maxima kann man höchstens auf dem Schirm beobachten?

1. a) $\Delta s = g \cdot \sin \alpha$ und hier $\Delta s = 2 \cdot \lambda$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\Delta s}{g} = \frac{2 \cdot \lambda}{g} = \frac{2 \cdot 632 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} : 300} = \frac{2 \cdot 632 \cdot 10^{-9} \cdot 300}{1,0 \cdot 10^{-3}} = 0,3792 \Rightarrow \alpha = 22,3^\circ$$

und gesuchter Abstand $y = 2 \cdot x$ mit $\frac{x}{60 \text{ cm}} = \tan \alpha$ also $y = 2 \cdot 60 \text{ cm} \cdot \tan 22,3^\circ = 49 \text{ cm}$

b) $\Delta s = g \cdot \sin \alpha$ und $\Delta s = k \cdot \lambda \Rightarrow$

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{g} = k \cdot \frac{632 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 300}{10^{-3} \text{ m}} = k \cdot 0,1896 \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{0,1896} = 5,3$$

Man kann also Maxima bis zur 5. Ordnung beobachten. + Mit dem Maximum 0. Ordnung sind das insgesamt also 11 Maxima.

40

Berechnungsaufgaben 2

2. Die Wellenlänge eines Laserpointers wird mit einem optischen Gitter (600 Striche pro Millimeter) ermittelt.

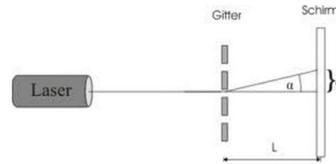
- Skizzieren Sie einen geeigneten Versuchsaufbau.
- Der Abstand der beiden Maxima 1. Ordnung auf dem 50,0cm hinter dem Gitter stehenden Schirm beträgt 33,7cm. Bestimmen Sie die Wellenlänge des Laserlichts.



$$2.b) \tan \alpha = \frac{\delta}{L} = \frac{33,7\text{cm} : 2}{50,0\text{cm}} = 0,337 \Rightarrow \alpha = 18,6^\circ \quad a)$$

$$\Delta s = g \cdot \sin \alpha \quad \text{und} \quad \Delta s = 1 \cdot \lambda \Rightarrow$$

$$\lambda = g \cdot \sin \alpha = \frac{1,0 \cdot 10^{-3}\text{m}}{600} \cdot \sin 18,6^\circ = 532\text{nm}$$

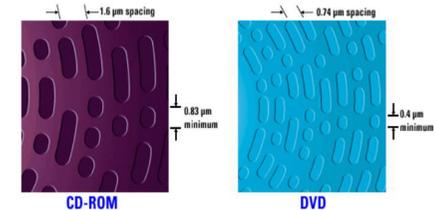


41

Berechnungsaufgaben 3

3. Entfernt man von einer CD bzw. von einer DVD die Schutzlackschicht, so wirkt die spiralförmige Rille (groove, Graben) wie ein optisches Gitter. Der Rillenabstand entspricht dabei der Gitterkonstanten.

Mit einem Laser der Wellenlänge 633 nm wird ein entsprechend präparierter Rohling durchleuchtet. Das Maximum 2. Ordnung tritt unter einem Winkel von $52,3^\circ$ relativ zum Maximum 0. Ordnung auf.



Bestimmen Sie den Rillenabstand.

Handelt es sich um eine CD oder um eine DVD?

$$3. \quad \Delta s = g \cdot \sin \alpha \quad \text{und} \quad \Delta s = 2 \cdot \lambda \Rightarrow$$

$$g = \frac{\Delta s}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot \lambda}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot 633 \cdot 10^{-9}\text{m}}{\sin 52,3^\circ} = 1,6 \cdot 10^{-6}\text{m} = 1,6\mu\text{m}$$

Es handelt sich also um eine CD.

42

Berechnungsaufgaben 4

Das Modell

Bohrsche Postulate

Bohr formulierte sein Modell, indem er das **rutherfordische Modell** um drei Postulate erweiterte. Sie lauten:

- Elektronen bewegen sich auf stabilen Kreisbahnen um den Atomkern. Anders als es die Theorie der **Elektrodynamik** vorhersagt, strahlen die Elektronen beim Umlauf keine Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab.
- Der Radius der Elektronenbahn ändert sich nicht kontinuierlich, sondern sprunghaft. Bei diesem **Quantensprung** wird elektromagnetische Strahlung abgegeben (oder aufgenommen), deren Frequenz sich aus dem von Max Planck entdeckten Zusammenhang zwischen Energie und Frequenz von Licht ergibt. Wenn E_{n_1} die Energie des Ausgangszustands und E_{n_2} die Energie des Zielzustands ist, dann wird ein Lichtquant emittiert mit der Frequenz ν der ausgesandten Strahlung $\nu = (E_{n_1} - E_{n_2})/h$.
- Elektronenbahnen sind nur stabil, wenn der **Bahndrehimpuls** L des Elektrons ein ganzzahliges Vielfaches des **planckschen Wirkungsquantums** \hbar ist. $L = n\hbar$. Dieses Postulat wird häufig auch **Auswahlbedingung** genannt.

Rechnen wir mal die Elektronengeschwindigkeiten, Elektronenradien und die Elektronenenergien im Wasserstoffatom aus! ☺

Ich schreibe es an die Tafel....

43

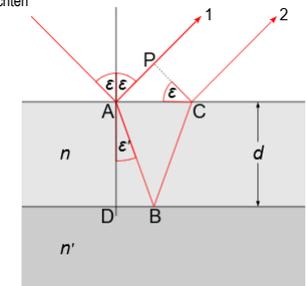
Berechnungsaufgaben 5

Interferenz an Dünnen Schichten

<https://www.leifiphysik.de/optik/beugung-und-interferenz/grundwissen/interferenz-duennen-schichten>

Allgemeine Betrachtung

Bei der Interferenz an dünnen Schichten fällt Licht aus der Luft (Brechungsindex 1) unter dem Winkel der Weite ϵ auf eine dünne Schicht mit der Dicke d und dem Brechungsindex n , die sich oberhalb einer weiteren Schicht mit dem Brechungsindex n' befindet. Ein Teil des Lichts (1) wird an der Oberfläche (A) reflektiert, ein anderer Teil des Lichts (2) wird beim Eintritt in die Schicht zum Lot hin gebrochen, an der Unterseite der Schicht (B) reflektiert und beim Austritt aus der Schicht (C) vom Lot weg erneut gebrochen. Schließlich fallen die beiden Teilstrahlen wieder zusammen und interferieren.



44

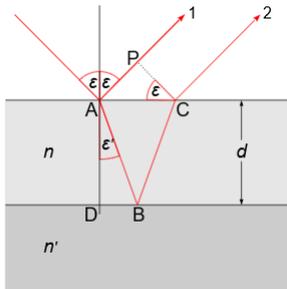
Berechnung des Gangunterschiedes

Um herauszufinden, unter welchen Winkeln konstruktive und unter welchen Winkeln destruktive Interferenz von Licht einer bestimmten Wellenlänge λ auftritt, benötigt man den optischen Gangunterschied $\Delta s = n \cdot |AB| + n \cdot |BC| - |AP|$ der beiden, ab der Strecke PC wieder parallelen Wellenfronten (1) und (2). Wegen $|BC| = |AB|$ beträgt dieser Gangunterschied auch

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot |AB| - |AP|$$

Wendet man nun trigonometrische Beziehungen in den Dreiecken ADB und ACP an, nutzt, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig ist, beachtet das Brechungsgesetz $n = \frac{\sin(\epsilon)}{\sin(\epsilon')}$ und führt einige trigonometrische und algebraische Umformungen durch, so erhält man schließlich

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\epsilon)}$$



45

Zuerst gilt im rechtwinkligen Dreieck ADB

$$|AB| = \frac{d}{\cos(\epsilon')}$$

sowie im rechtwinkligen Dreieck ACP

$$|AP| = |AC| \cdot \sin(\epsilon)$$

Damit ergibt sich

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot \frac{d}{\cos(\epsilon')} - |AC| \cdot \sin(\epsilon)$$

Weiter gilt im rechtwinkligen Dreieck ADB

$$|DB| = d \cdot \tan(\epsilon')$$

und weil das Dreieck ABC gleichschenkelig ist

$$|AC| = 2 \cdot |DB|$$

und damit

$$|AC| = 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon')$$

Damit ergibt sich nun

$$\Delta s = 2 \cdot n \cdot \frac{d}{\cos(\epsilon')} - 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon)$$

Mehrfaches Anwenden des Brechungsgesetz $n = \frac{\sin(\epsilon)}{\sin(\epsilon')}$ und einige trigonometrische und algebraische Umformungen ergibt

46

einfache Schreibweise: $\sin^2(\epsilon) = (\sin(\epsilon))^2$
 $x = \sqrt{x^2}$

$$\begin{aligned} \Delta s &= 2 \cdot n \cdot \frac{d}{\cos(\epsilon')} - 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon) \\ &= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} - 2 \cdot d \cdot \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon) \\ &= 2 \cdot d \cdot \left(\frac{n}{\cos(\epsilon')} - \tan(\epsilon') \cdot \sin(\epsilon) \right) \quad \leftarrow \text{Hervorheben } 2d \\ &= 2 \cdot d \cdot \left(\frac{n}{\cos(\epsilon')} - \frac{n}{n} \cdot \frac{\sin(\epsilon')}{\cos(\epsilon')} \cdot \sin(\epsilon) \right) \quad \leftarrow \text{Definition von } \tan(\epsilon) = \sin(\epsilon)/\cos(\epsilon) \text{ und} \\ & \quad \text{einschreiben } n/n = 1 \\ &= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot \left(1 - \frac{\sin(\epsilon')}{n} \cdot \sin(\epsilon) \right) \quad \leftarrow \text{Hervorheben } n/\cos(\epsilon') \\ &= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot \left(1 - \frac{\sin(\epsilon')}{\frac{\sin(\epsilon)}{\sin(\epsilon')}} \cdot \sin(\epsilon) \right) \quad \leftarrow \text{Definition von Snellius-Descartes Gesetzes } n = \\ & \quad \sin(\epsilon)/\sin(\epsilon') \\ &= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot (1 - \sin^2(\epsilon')) \quad \leftarrow \text{Vereinfachung mit } \sin(\epsilon) \\ &= 2 \cdot d \cdot \frac{n}{\cos(\epsilon')} \cdot \cos^2(\epsilon') \quad \leftarrow \text{Benutzung } 1 = \sin^2(\epsilon) + \cos^2(\epsilon) \\ &= 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos(\epsilon') \quad \leftarrow \text{Vereinfachung mit } \cos(\epsilon') \\ &= 2 \cdot d \cdot n \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\epsilon')} \quad \leftarrow \text{Benutzung } \cos(\epsilon') = (1 - (\sin(\epsilon))^2)^{1/2} \\ &= 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\epsilon')} \quad \leftarrow \text{Benutzung } n = (n^2)^{1/2} \\ &= 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\epsilon)} \quad \leftarrow \text{Definition von Snellius-Descartes Gesetzes} \\ & \quad \sin(\epsilon) = n \sin(\epsilon') \end{aligned}$$

Huh! :)

47

Zusammenfassung

**Wellenoptik,
Interferenz, Beugung, Polarization
Anwendungen: Polarisationsmikroskop**

Rechenaufgaben

Nützliche youtube videos:

Wie ändert ein Chamäleon seine Farbe?

<https://www.youtube.com/watch?v=h-aCUfjk92o>

Von Schminke, Seifenblasen und Schmetterlingen - Matthias Knorr
im Famelab-Deutschlandfinale 2016

<https://www.youtube.com/watch?v=WLOWmdw9jnQ>

48

Vielen Dank für ihre



Aufmerksamkeit!

Fragen, Bemerkungen, Kommentare?