A relativitáselmélet logikai megközelítése

Andai Attila, Andréka Hajnal, Madarász Judit, Németi István

Matolcsi Tamás könyvében leírta, hogy a fizikai elméleteket olyan explicit és precíz matematikai alapra kellene hozni, mint pl. amilyen a matematika szokásos logikai megalapozása. Lényeges a hallgatólagos feltételezések explicitté tétele, vagyis ne maradjon hallgatólagos feltételezés.

A fizikai valóság egy részét, jelen esetben a speciális relativitáselméletet vizsgáljuk ezzel a szemlélettel, az érvényességi határok explicit posztulálásával és betartásával.

Matolcsi Tamás könyvében van egy elmélet, mely eleget tesz ezeknek a feltételeknek. Ez az elmélet felülről lefelé építkezik. Mi most **hasonló céllal** egy alulról felfelé építkező elméletet szeretnénk bemutatni.

Az alulról felfelé való építkezés két dologban nyilvánul meg:

1. Rögzítjük, hogy matematikai logikai keretben dolgozunk és a klasszikus elsőrendű logikát használjuk, amely a matematika alapozásánál már jól bevált. Sok szempontból ez a logikai keret bizonyult legjobbnak a célkitűzések eléréséhez.

2. Másrészt axiómákból építkezünk. Arra törekszünk, hogy az axiómák könnyen érthető rövid állítások legyenek jól átlátható intuitív fizikai tartalommal. (Az axiómák egy része tapasztalatból szűrhető le, más része esztétikai eredetű, mint pl. a szimmetria elve.)

Az axiómákból különböző axiómarendszereket építünk fel, és azt vizsgáljuk többek között, hogy ezekből mit lehet bizonyítani, pl. a relativitáselmélet mely predikcióit lehet igazolni.

Célok:

1. A hallgatólagos fizikai feltételezések felderítése, explicit axióma alakra hozása és annak feltérképezése, hogy mikor jogosak ezek a feltételezések és mikor nem. Ez egyben a hallgatólagos feltételezések következményeinek, kölcsönhatásának felderítését is jelenti.

2. Ennek gyakorlása során eljutunk ambiciózusabb célok kitűzéséhez, pl. ahhoz, hogy most már **tisztán logikai formában** is megértsük, hogy az ember hogyan jut olyan következtetésekhez, melyeket pl. a relativitáselmélet kutatói szoktak kapni.

3. Az axiómarendszerek felépítésénél egy ún. lego elvet követünk, ahol az axiómák felelnek meg a lego játék építőkockáinak. Egy axiómarendszerből kihúzhatok egy építőkockát (axiómát), megnézhetem, hogy mi történik (pl. régi tételeket be lehet-e még bizonyítani) és a kihúzott építőkockát másikkal vagy másfajtával helyettesíthetem (megint megnézve, hogy milyen tételek lesznek bizonyíthatóak ill. igazak). Ez a fajta rugalmas lego játék lehetőséget teremt az ún. miért-típusú kérdések megközelítéséhez, körüljárásához és bizonyos fajta megválaszolásához. Ilyen miért kérdésnél pl. leegyszerűsített esetben veszem az utolsó építőkockát, melynek eltávolítása előtt még bizonyítható volt a kérdéses tétel utána pedig már nem. Első megközelítésben mondhatom, hogy ez az axióma volt logikai értelmeben felelős az illető relativitáselméleti predikcióért.

Eddig a célkitűzésekről esett szó, most következzen egy eredmény. Ennél az alulról felfelé építkező modellnél menet közben vizsgáljuk, hogy mely fogalmak bizonyulnak nagyon hasznosnak. Ebből a mozgásból kiadódik egy megfigyelőfüggetlen elemeket tartalmazó, matematikailag elegáns, áramvonalas struktúra. Ez a struktúra nagyon hasonlít a Matolcsi Tamás könyvében leírt matematikai modellre.

Itt most vegyük észre, hogy az történt, hogy az alulról építkező axiomatikus modellből kaptunk elegáns megfigyelőfüggetlen modellt. Kérdés, hogy mennyiban lehet visszakapni a megfigyelőfüggetlenből az eredetit. A válasz egy erős matematikai dualitástétel alakjában jelenik meg, amely lényegében azt jelenti, hogy a két világ egymásba teljesen átvihető, ami viszont úgy értelmezhető, hogy a két világ igazából egyetlen jelenség két megjelenési formája.

Matematikában fontos szerepet játszanak az ilyen dualitáselméletek, egy példa a Boole-algebrák és a Stone féle topologikus terek közötti átjárhatóság.