



**MIKOLA SÁNDOR ORSZÁGOS
KÖZÉPISKOLAI
TEHETSÉGGKUTATÓ FIZIKAVERSENY**



Kiss Miklós PhD
Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium

59. Országos Fizikatanári Ankét és Eszközbemutató
Nyíregyháza, 2016. március 11 - 14.

Történet

1978-80: új tanterv: a fizika megjelenik a kilencedik évfolyamon is.

1981: nincs országos verseny fizikából kilencedikben, tízedikben.

A tehetséges diákokat hamar, fel kell ismerni: korosztályos versenyre van szükség.

Nincs előzmény, Öveges Verseny még nem volt.
2015/2016-ban (Mikola 36.; Öveges 25.)

Az alapítók

Nemzetközi Fizika Diákolimpia

International Physics Olympiad (IPhO)

Alapítva 1967: Csehszlovákia (Rostislav Kostial),
Lengyelország (Czesław Ścisłowski),
Magyarország (Kunfalvy Rezső)

Kunfalvy Rezső és Tichy Géza

Az olimpiai csapathoz utánpótlás kell, ezért jó lenne tehetségkutató verseny 9-10. évfolyamokon

Marx György

Tichy Géza

Fő szervezők

1981-84

Takács László,
Szép Jenő

1985-1994

Gnädig Péter,
Honyek Gyula)

1995-

Kotek László
Szegedi Ervin (1956-2006)

Az döntők első szervezői



Kiss Lajos (1939-1995)



Nagy Márton

Fontosabb változások I.

- 1981/82 A verseny kétfordulós (megyei és országos). Az első fordulón iskolánként két diák indulhatott. A döntőn 40-40 résztvevő.
- 1982/83 Hivatalos verseny (A Művelődési Minisztérium befogadta).
Neve: Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
- 1984/85 Új név: Országos Középiskolai Tehetségkutató Tanulmányi Verseny (OKTTV)
- 1985/86 Háromfordulós lett a verseny. Az első fordulóban megszűnt a létszámkorlát. Kategóriák: gimnáziumi és szakközépiskolai.

Fontosabb változások II.

1986/87 A jelenlegi név ekkor jelent meg: Mikola Sándor Országos Középiskolai Tehetségkutató Fizikaverseny

1995/96 A verseny önköltséges lett

1998 A verseny első honlapja

2008 A döntő időtartama négy napról három napra csökkent

2012 Sopronból átkerült a 10. évfolyam döntője Pécsre

2015 Megyei eredmények hirdetése

Fordulók

Első (iskolai) forduló: feladatmegoldás, 50% szükséges a második fordulóra jutáshoz (öt tíz pontos feladat)

Második forduló: feladatmegoldás, a legjobb 50-50 fő kap meghívást a gyöngyösi (9. évfolyam), illetve pécsi (tizedik évfolyam) döntőbe (négy feladat)

Döntő: írásbeli és kísérleti forduló minden résztvevővel, 2:1 pontszámarány

Statisztikai adatok az elmúlt évekről

19. verseny 1. forduló: 8000 induló; 2. forduló: 600 diák becslés

A 32. verseny 1. forduló: 197 iskola 3486 induló; 2. forduló: 792 diák

A 33. verseny 1. forduló: 204 iskola 3247 induló; 2. forduló: 125 iskola 702 diák

A 34. verseny 1. forduló: 174 iskola 2933 induló; 2. forduló: 86 iskola 369 diák

A 35. verseny 1. forduló: 176 iskola 3231 induló; 2. forduló: 106 iskola 491 diák

A döntők programja

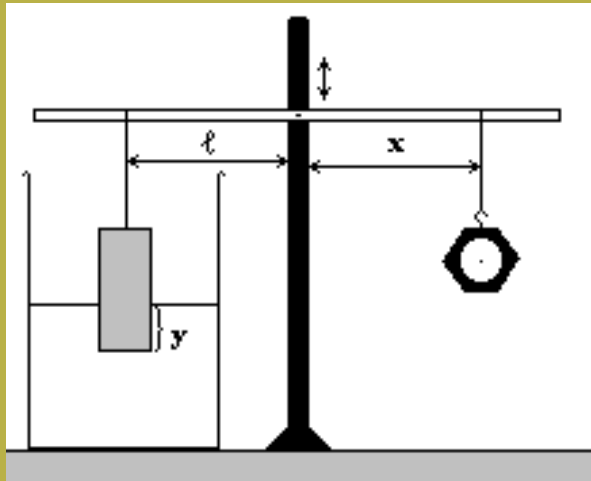
Vasárnap: érkezés, délután írásbeli forduló

Hétfő: mérés két csoportban

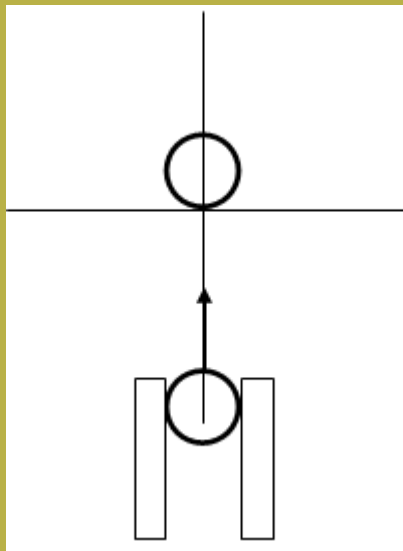
Kedd: eredményhirdetés a tudományos előadás után

Esténként helytörténeti és kulturális programok

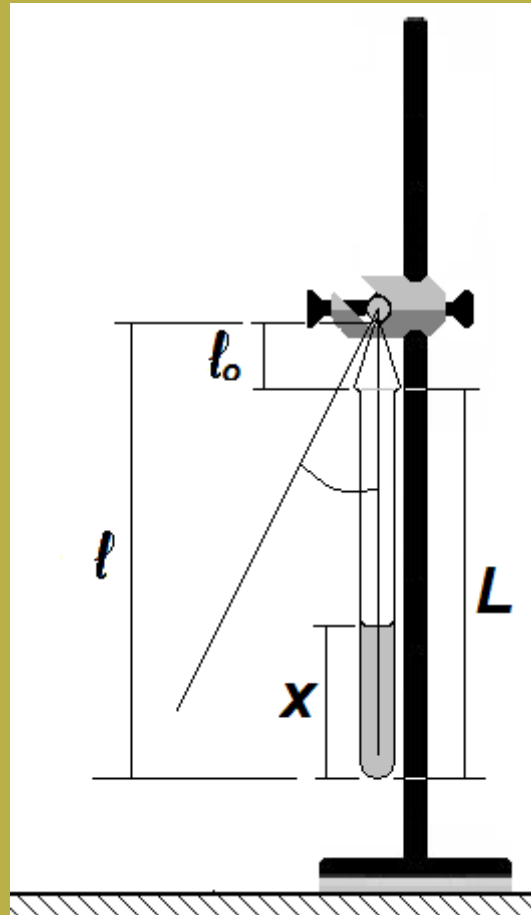
Néhány mérés I.



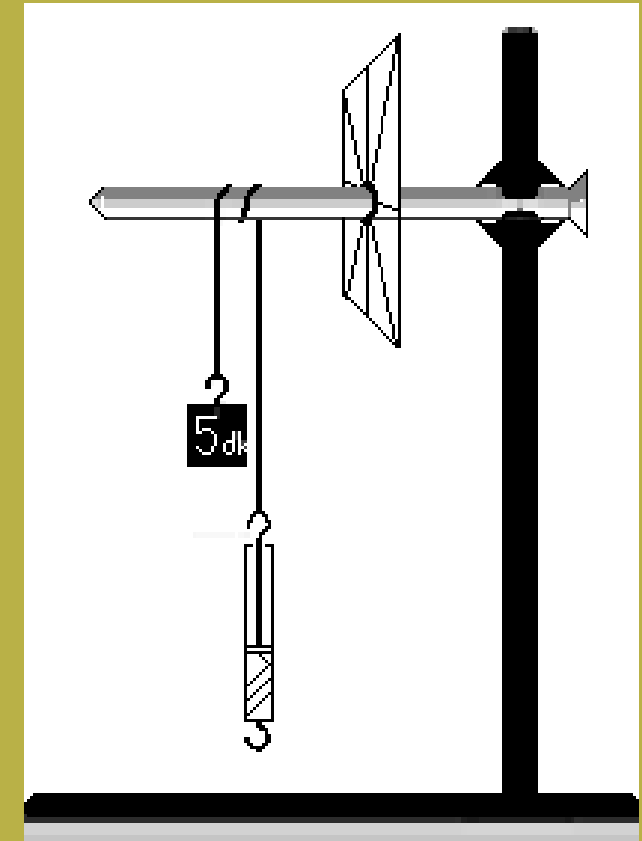
2001, 20.



2003, 22.

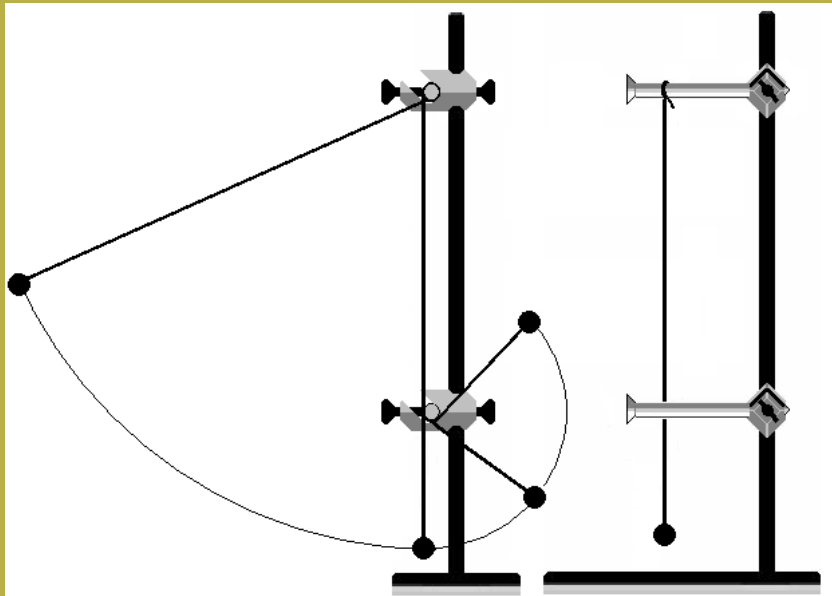


2010, 29.

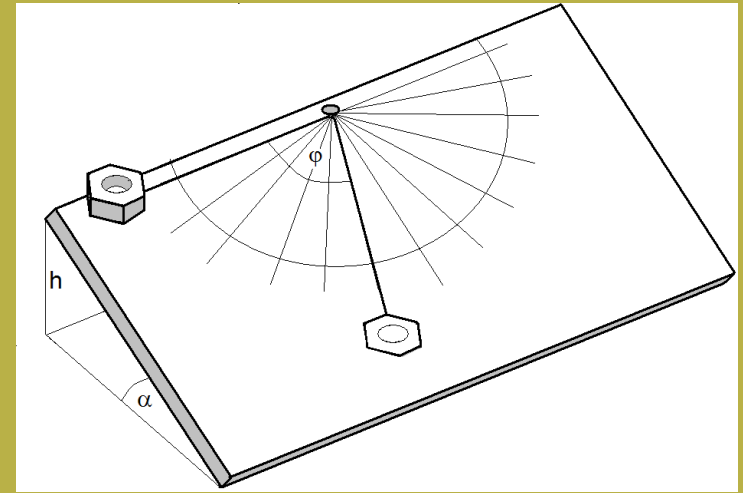


2006, 25.

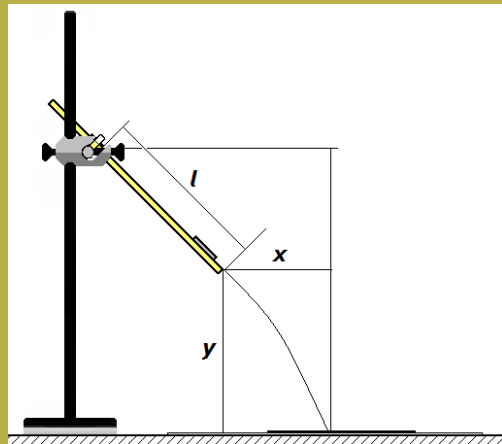
Néhány mérés II.



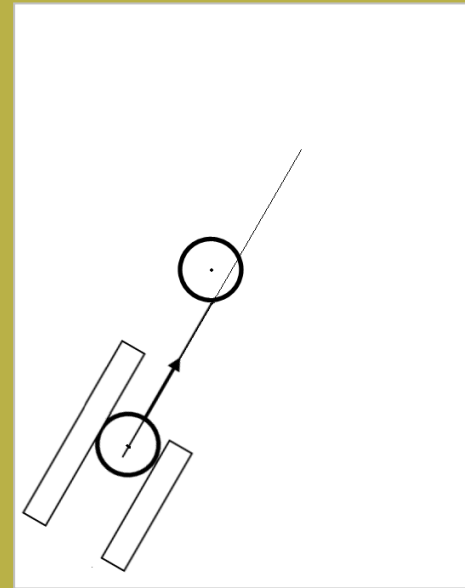
2007, 26.



2009, 28.



2008, 27.



2014, 33.



2015, 34.

Döntők, települések iskolák

19. 18 település 31 iskolájából

21. 18 település 32 iskolájából

28. 16 település 22 iskolájából

31. 17 település 26 iskolájából

33. 13 település 20 iskolájából

34. 20 település 28 iskolájából

Előadók a gyöngyösi döntőkön I.

1995. Dr. Szegedi Ervin KLTE Gyakorló Gimn.
1996. Dr. Tasnádi Péter ELTE TTK
1997. Dr. Sas Elemér ELTE TTK
1998. Dr. Főzy István ELTE TTK
1999. Dr. Bérces György ELTE TTK Termodinamikai gépek
2000. Dr. Lovas István akadémikus DE Elemi részek 2000
2001. Dr. Tél Tamás ELTE TTK Káosz a fizikában
2002. Dr. Gnädig Péter ELTE TTK Hasonlóság a fizikában
2003. Härtlein Károly BME Fizika Int. Érdekes kísérletek
2004. Dr. Csörgő Tamás KFKI RMKI Hogyan csináljunk
 Ősrobbanást a laboratóriumban?
2005. Zombori Ottó Uránia Csillagvizsgáló Csillagászat, a
 Világegyetem fizikája

Előadók a gyöngyösi döntőkön II.

2006. Dr. Sükösd Csaba BME NTT Teremtésközelben
2007. Dr. Fülöp Zsolt, ATOMKI, az MTA doktora Az elemek keletkezése
2008. Dr. Várkonyi Péter László, BME-ÉPK A gömböc története
2009. Debreczeni Gergely KFKI RMKI Elindult a nagy hadron-ütköztető: mire jó és elnyeli-e a Világot
2010. Kiss Ádám, az MTA doktora, ELTE-TTK A jelen és a jövő energiaellátása
2011. Dr. Tasnádi Péter, ELTE-TTK A nagy légköri és tengeráramlások fizikája
2012. Hajdu Csaba tudományos főmunkatárs, MTA Wigner FK Részecske- és Magfizikai Intézet: Az LHC

Előadók a gyöngyösi döntőkön III.

2013. Csörgő Tamás fizikus, az MTA doktora: Atommagban a Világegyetem

2014. Kádár György fizikus, az MTA doktora: A vonzó mágneses anyagtudomány”

2015. Dr. Ludányi Lajos, Berze tudományban,

Véletlen felfedezések a

Dr. Kiss Miklós, Berze

Napóra, napórakészítés

2016

Helyszínek és szervezők

Évf.	Helyszín	Idő	A döntők száma	A döntő szervezői:
9.	Gyöngyös	1982-1994	13	Kiss Lajos
		1994-2007	14	Farkas Béláné, Kiss Miklós
		2008-től	8	Kissné Császár Erzsébet, Kiss Miklós
10.	Sopron	1982-2011	30	Nagy Márton
	Pécs	2012-től	4	Simon Péter

A döntők helyszíne jelenleg a Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium (kilencedikes) és a Pécsi Leőwey Klára Gimnázium (tizedikes).

Honlap I.

A verseny
első honlapja
a gyöngyösi
döntőhöz
készült 1998-ban

www.berze.hu/mikola/index.htm

Alkalmazások Hajni Bejelentkezés – Goo... Berze hotspot > stat... Berze hotspot > kile... További könyvjelzők

MIKOLA SÁNDOR ORSZÁGOS KÖZÉPISKOLAI TEHETSÉGKUTATÓ FIZIKAVERSENY

KEZDŐLAP
ÁTTEKINTÉS
A VERSENYRŐL
TÖRTÉNET
LEBONYOLÍTÁS
FELKÉSZÜLÉSHEZ
KÉPEK
ISKOLÁNK TANULÓI GYŐZTESEK
FORRÁSOK
2016
VERSENYKIÍRÁS
DÖNTŐSÖK
PROGRAM
VÉGEREDMÉNY
ARCHÍVUM
1998-2015

IDŐSZERŰ HIVATKOZÁSOK

2016
Versenykiírás a 2015/16-es tanévre

SEGÉDANYAGOK A FELKÉSZÜLÉSHEZ

EMAIL KÜLDÉSE

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA
Nemzeti Tehetség Program
EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ
OKTATÁSKUTATÓ ÉS FEJLESZTŐ INTÉZET

Információ: Dr. Kiss Miklós
Módosítva: 2016. február 15. hétfő
2000-2016 KG

<http://www.berze.hu/mikola>

Honlap II.

Az egész verseny honlapja 2012-től:



<http://www.leoweypecs.hu/mikola/default.html>

A verseny győztesei gimnáziumi kategóriában a 9. évfolyamon

1.	1981/82	Gábor Gábor	Fazekas M. F. Gy. Bp.
2.	1982/83	Juhász Tamás	Petőfi S. Gimn. Bonyhád
3.	1983/84	Tasnádi Tamás	I. István Gimn. Bp.
4.	1984/85	Drasny Gábor	Fazekas M. F. Gy. Bp.
5.	1985/86	Szántó Gyula	Táncsics M. Gimn. Orosháza
6.	1986/87	Koczán György	Nagy Lajos. Gimn. Pécs
7.	1987/88	Bédi Sándor	Vörösmarty Gimn. Érd
8.	1988/89	Szendrői Balázs	Fazekas M. F. Gy. Bp.
9.	1989/90	Bíró Tamás	Berzsenyi D. Gimn. Bp.
10.	1990/91	Kötl Péter	Révai M. Gimn. Győr
10.	1990/91	Tóth Zoltán	Zrínyi M. Gimn Zalaegerszeg
11.	1991/92	Juhász Bertalan	KLTE Gyak. Gimn. Debrecen
12.	1992/93	Tóth Gábor Zsolt	Árpád Gimn. Bp.
13.	1993/94	Berki Csaba	Teleki B. Gimn. Székesfehérvár
14.	1994/95	Császár Balázs	Premontrei Rendi Szent Norbert Gimn. Szombathely
15.	1995/96	Józsa István	KLTE Gyak. Gimn. Debrecen
16.	1996/97	Madarász Ádám	ELTE Apáczai Cs, J. Gyak Gimn. Bp.
17.	1997/98	Pozsgay Balázs	Magyar-német Nelvű Iskolaközpont Pécs

18.	1998/99	Siroki László	Fazekas M. Gimn. Debrecen
19.	1999/2000	Tóth Sándor	Batsányi János Gimn. és SzKI.
20.	2000/2001	Németh Adrián	Fazekas Mihály Fővárosi Gyak. Ált. Isk. és Gimnázium
21.	2001/2002	Kiss Péter	Apáczai Csere János Gimnázium Budapest
22.	2002/2003	Halász Gábor	ELTE Radnóti Miklós Gyakorlóiskola, Budapest
23.	2003/2004	Kónya Gábor	Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimnázium Budapest
24.	2004/2005	Lovász László Miklós	Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimnázium Budapest
25.	2005/2006	Szűcs Gergely	Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium Szeged
26.	2006/2007	Pálovics Péter	Zrínyi M. Gimn. Zalaegerszeg
27.	2007/2008	Varga Ádám	SZTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium, Szeged
28.	2008/2009	Laczkó Zoltán	SZTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium, Szeged
29.	2009/2010	Szabó Attila	Leőwey Klára Gimnázium, Pécs
30.	2010/2011	Papp Roland Takátsy János	Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimnázium Budapest Városmajori Gimnázium, Budapest
31.	2011/2012	Janzer Barnabás	Fazekas Mihály Főv. Gyak. Ált. Isk. Gimn., Budapest
32.	2012/2013	Kasza Bence	Budai Ciszterci Szent Imre Gimnázium, Budapest
33.	2013/2014	Kovács Péter Tamás	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium
34.	2014/2015	Szemerédi Levente	Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium

A verseny győztesei szakközépiskolai kategóriában a 9. évfolyamon

5.	1985/86	Mentő Attila	Mechwart A. Szki. Debrecen
6.	1986/87	Hercegfői Károly	Kolos R. Szki. Bp.
7.	1987/88	Liptay Pál	Stromfeld A. Szki. Salgótarján
8.	1988/89	Paczolai Győző	Energetikai Szki. Paks
9.	1989/90	Daróczi Dávid	Vásárhelyi P. Szki. Nyíregyháza
10.	1990/91	Korpos Tibor	Energetikai Szki. Paks
11.	1990/91	Kovács Krisztián	Kemény G. Szki. Békéscsaba
12.	1991/92	Pribelszky János	Puskás T. Szki. Bp.
13.	1992/93	Pető Zoltán	Gábor D Szki. Debrecen
14.	1993/94	Papp Dénes	Gábor D Szki. Debrecen
14.	1994/95	Lovas László	Déri M. Szki. Szeged
15.	1995/96	Sipos Péter	Trefort Á. Kéttannyelvű Szki. Bp.
16.	1996/97	Kákonyi Róbert	Műszaki Szki. Kalocsa
17.	1997/98	Kecskeméti Andrea	Energetikai Szki. Paks
18.	1998/99	Kertész Dániel	Gábor D Szki. Debrecen
19.	1999/2000	Csepregi Róbert	Gábor Dénes Elektronikai Műsz. Középpisk.
20.	2000/2001	Simon Károly	Trefort Ágoston Kéttannyelvű Szki.
21.	2001/2002	Varga Eszter	Neumann János Közgazdasági Szakközéppiskola Eger

22.	2002/2003	Dajka Attila Norbert	Kandó Kálmán Szakközépiskola és Szakiskola, Kecskemét
23.	2003/2004	Inczédy Anna	Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium Vác
24.	2004/2005	Csirmaz Dávid	Wigner Jenő Műszaki Inf. Középiskola, Eger
25.	2005/2006	Himes Ádám	Trefort Ágoston Kéttannyelvű Szki. Budapest
26.	2006/2007	Kathi Sándor Péter	Mechwart A. Gépip. és Inf. Szki. Debrecen
27.	2007/2008	Béres Bertold	Puskás Tivadar Távközlési Technikum, Budapest
28.	2008/2009	Mózes Ádám	Jedlik Ányos Gépipari és Informatikai Középiskola, Győr
29.	2009/2010	Tilk Bence	Neumann János Középiskola és Kollégium, Eger
30.	2010/2011	Németh Péter	Jedlik Ányos Gépipari és Informatikai Középiskola, Győr
31.	2011/2012	Szántó András	Mechwart András Gépipari és Informatikai Szki, Debrecen
32.	2012/2013	Nagy Gergely	Boronkay György Műszaki Középiskola, Vác
33.	2013/2014	Bordás Balázs	Puskás Tivadar Távközlési Technikum Infokommunikációs Szakközépiskola
34.	2014/2015	Soós Tamás	ESZI

Néhány Fizikai Diákolimpia eredmény

Szám	Év	Ország	Helyszín	Győztes		Mikola győztes
44.	2013	 Denmark	Copenhagen	 HUN Szabó Attila	47/50	2009/2010
43.	2012	 Estonia	Tartu és Tallinn	 HUN Szabó Attila	45.80/50	2009/2010
36.	2005	 Spain	Salamanca	 HUN Halász Gábor  TWN Lin Ying-hsuan	49.50/50	2002/2003

Részletek:

<http://ipho.elte.hu/>

https://en.wikipedia.org/wiki/International_Physics_Olympiad

Képek



A kilencedikes döntő helyszíne a Berze Nagy János Gimnázium



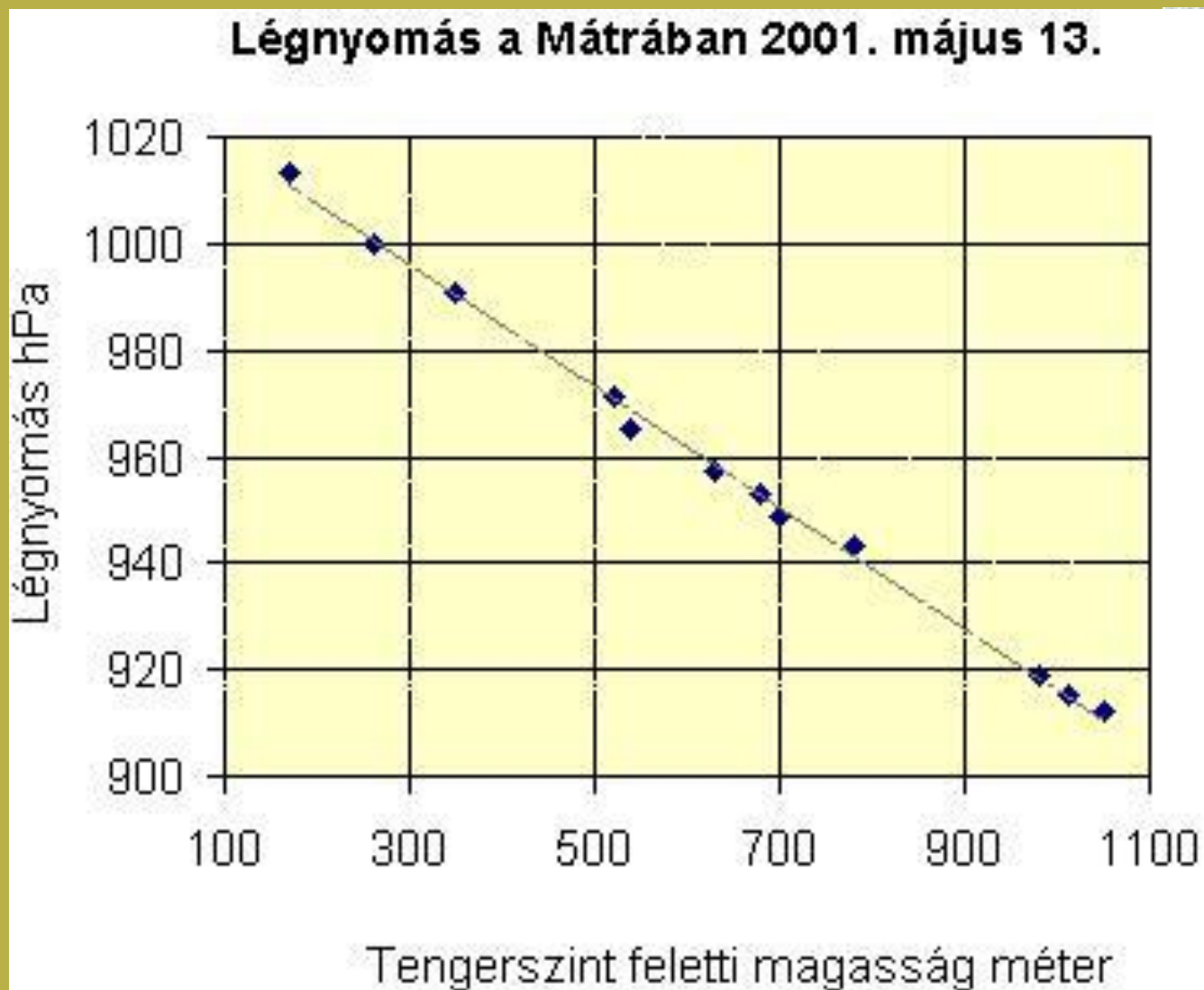
1999: Mérés



2000: Megnyitó



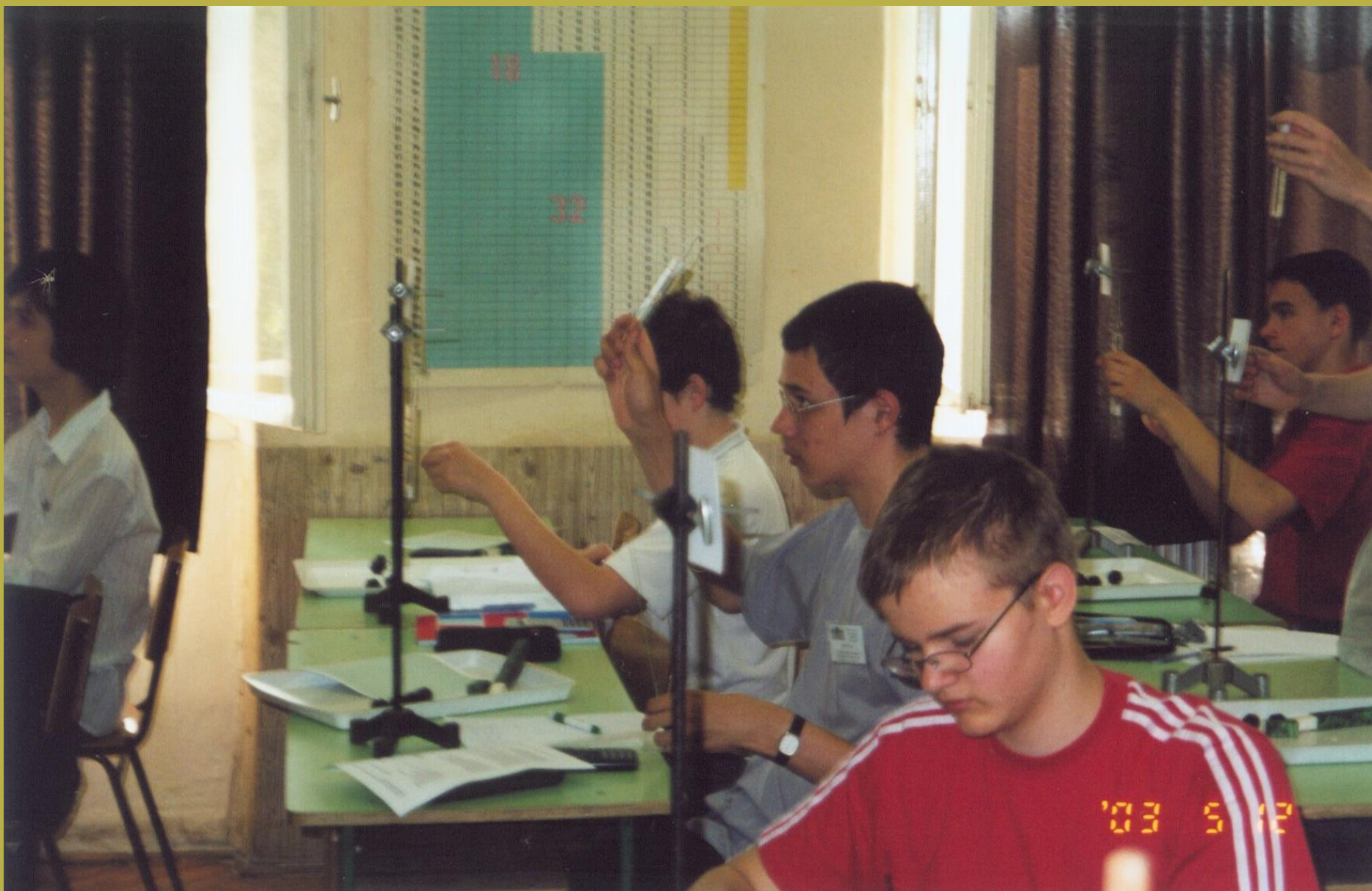
2001: Érkezés Kékestetőre



Légnnyomás (2001) a Mátrában és vízforralás (2002) Kékestetőn



2001: Káosz a fizikában, előadó: Dr. Tél Tamás ELTE TTK



2003: Kötélsúrlódás mérése



2007: A gyöngyösi döntősök (a győztes, Pálovics Péter legelöl)



2008: Gömböc



Várkonyi Péter
előadó 2008-ban

1994-ben első helyezett lett
a soproni Mikola-döntőben



Simon Péter és Varga Ádám, a 2008. évi győztes



2014: Mérés a gyöngyösi BERZELAB-ban

További képek a gyöngyösi döntőről:

<http://berze.hu/mikola/index.htm>

Köszönöm a figyelmet!

A verseny logói

Korábban Gyöngyösön



Kiss Lajos rajza alapján



Aktuális logók:



a,



b,



c,

Gyöngyös (*a, b*)

és

Pécs (*c*)

Teljes beszámoló egy gyöngyösi döntőről:

Kissné Császár Erzsébet, Kiss Miklós, MIKOLA-DÖNTŐ
GYÖNGYÖSÖN,

Fizikai Szemle 2008. május 189-192.

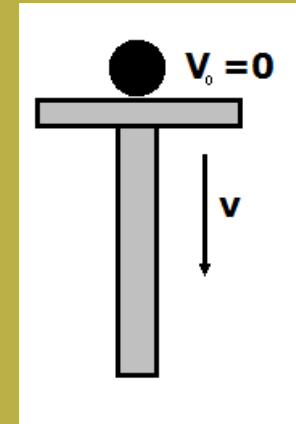
Egy feladat (27. döntő)

1. Egy nagy tömegű dugattyú lefelé mozog állandó, $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel, amelyet elhanyagolható idő alatt, hirtelen vett fel. A dugattyún kezdetben egy kis tömegű golyó nyugodott, amely a dugattyú indulása után szabadon kezdett esni. Amikor utolérte a dugattyút, azzal rugalmasan ütközött.

a) Mennyi idő alatt ütközött a golyó tízszer?

b) Mekkora utat tett meg a golyó az indulástól a tízedik ütközésig?

(Vegyük a nehézségi gyorsulás nagyságát 10 m/s^2 -nek, az ütközéseket pillanatszerűnek!)



(Kiss Miklós)

I. Megoldás: **Helyezzük a vonatkoztatási rendszert a dugattyúra! Ebben a rendszerben a dugattyú áll, és a kezdőpillanatban a golyó $v_0 = 2 \text{ m/s}$ sebességgel függőleges hajításba kezd.**

A hajítás ideje

$$t_1 = \frac{2v_0}{g} = \frac{2 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,4 \text{ s.}$$

Ekkora periódusidővel pattog a golyó, minden egymást követő ütközés között ennyi idő telik el. Így a golyó a kezdeti együttállástól számítva 10-szer éppen $t = 10t_1 = 4 \text{ s}$ alatt ütközött.

Természetesen a golyó által 10 ütközés alatt megtett út a talajhoz viszonyítva értendő.

Mivel a golyó mozgása periodikus, minden ütközés után az eredeti helyzetnek kell előállnia, vagyis az ütközés utáni pillanatban a golyó a talajhoz képest megáll. Más szóval a mozgása során egyszer sem mozog felfelé. Így az összes útja megegyezik a dugattyú elmozdulásával, vagyis

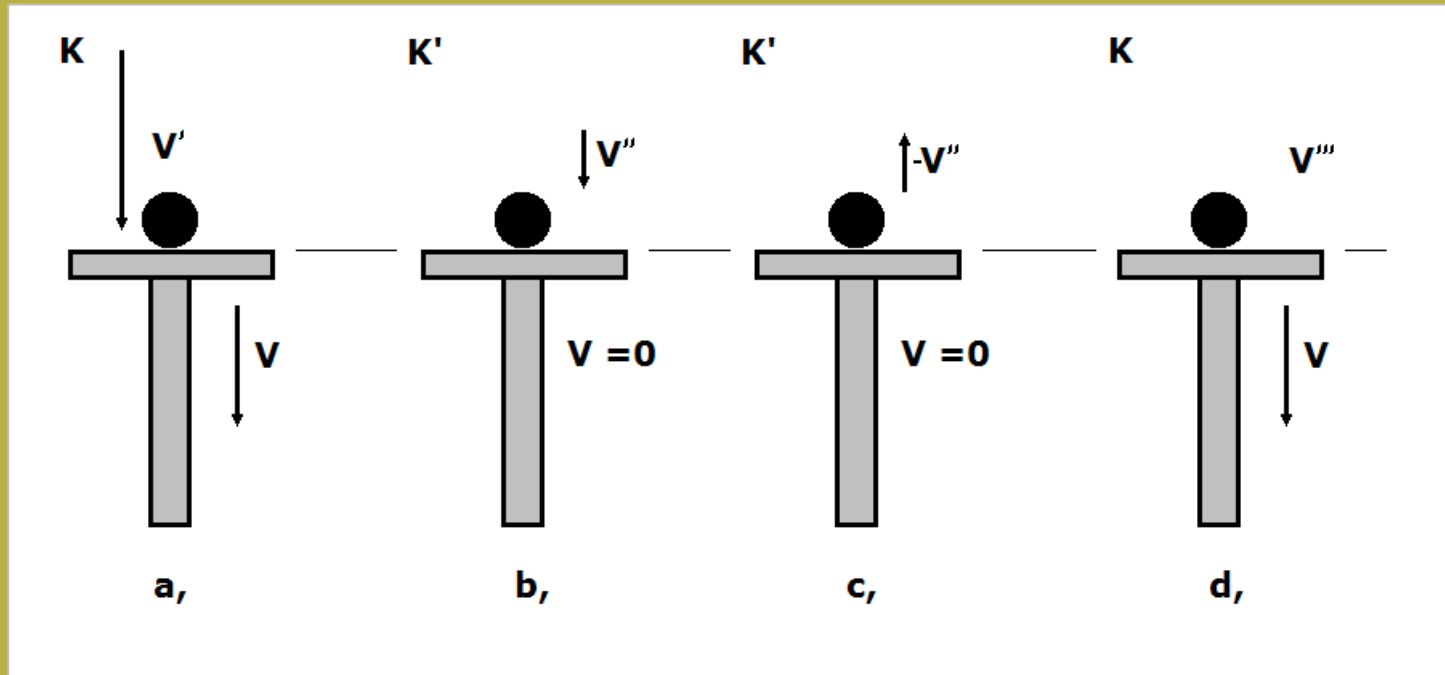
$$s_{\text{össz}} = vt = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} = 8 \text{ m.}$$

II. Megoldás.

Indulástól az első ütközésig:

$\frac{g}{2}t^2 = vt \Rightarrow t = \frac{2v}{g} \Rightarrow v' = 2v$, vagyis akkor éri utol a dugattyút, amikor a sebessége a dugattyú sebességének a kétszerese.

Tekintsük most az ütközést, térjünk át a dugattyúhoz rögzített vonatkoztatási



rendszerre!

Ebben a

rendszerben a dugattyú áll, a golyó pedig

$v'' = v' - v = 2v - v = v$

sebességgel ütközik, majd ugyanekkora

sebességgel visszapattan. Így az

eredeti

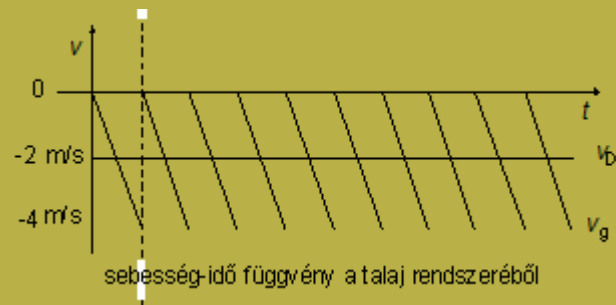
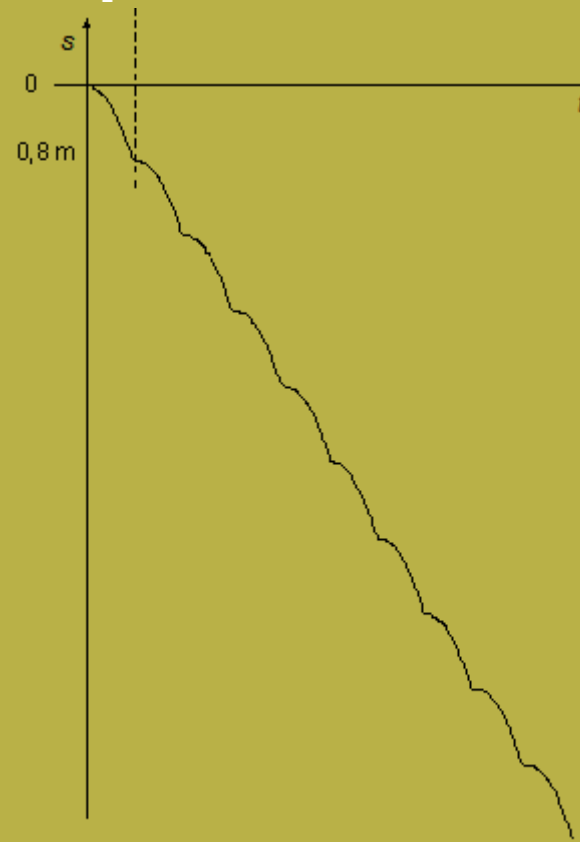
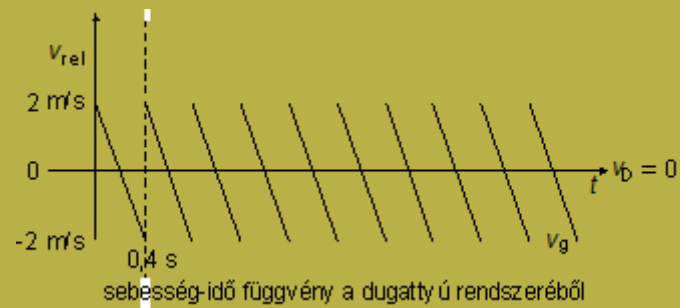
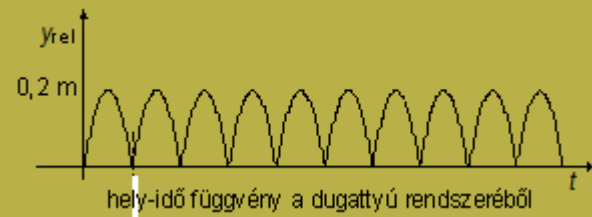
vonatkoztatási

rendszerben sebessége $v''' = -v + v = 0$, vagyis ütközés után megáll. Ez azt jelenti, hogy tulajdonképpen ugyanaz a helyzet, mint induláskor.

A keresett utak tehát egyenlők, $s = vt = \frac{2v^2}{g} = \frac{8}{10} \text{ m} = 0,8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$.

A keresett idő pedig az első idő tízszerese, tehát négy másodperc. A teljes út 8 m.

Szemléltetés:



Egy mérés (33, döntő)

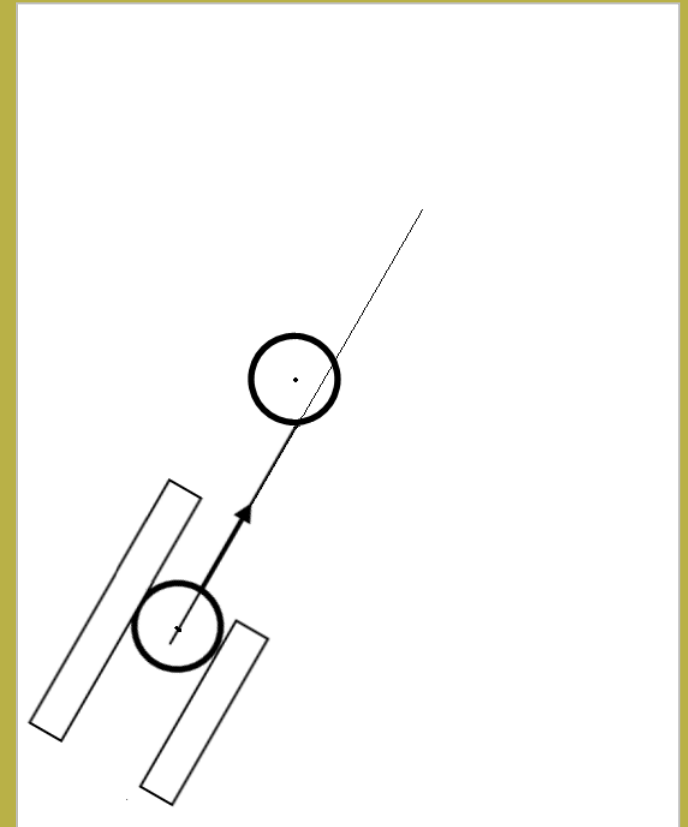
Ütközés vizsgálata érmék nem centrális ütközése alapján

Eszközök:

- 1 db ötvenforintos érme
- 1 db ötforintos érme
- 2 db sablon az érmék középpontjának megjelöléséhez
- 1 db rövid egyenes vonalzó
- 1 db hosszú egyenes vonalzó
- 1 db háromszögvonalzó
- 1 db körző
- 2 db A3 mérőlap előkészítve
- rajzlaprögzítő gyurmaragasztó

A mérés menete:

Az ütközést jellemző szög legyen 45° , vagyis a második érme sebességvektorának egyenese a két érme középpontját összekötő egyenessel ekkora szöget zárjon be. Az ábra és a mérőlap segít az elrendezés összeállításában.



A megindított érme sebességét változtathatod. Az érmék ütközés előtti és megállás utáni helyzetét a mérőlapon meg tudod jelölni. Az érme irányításában segítenek a vonalzók. Rögzítheted ezeket gyurmaragasztóval! A távolságokat a hosszú vonalzó segítségével mérheted. A sablonok segítenek az érmék középpontjának megjelölésében. Tervezd meg a mérés kiértékelését!

A csúszási súrlódási együtthatót egyenlőnek vehetjük mindkét fajta érménél.

Felhasználhatod a következő ötletet: Ha $Mv = mv_1 + Mv_2$, akkor $v = \frac{m}{M}v_1 + v_2$. (Ezek vektoregyenletek!) Nevezzük a továbbiakban a tömegarányal szorzott sebességet módosított sebességnek.

Feladatok:

- 1) Igazold, hogy az érme ütközés utáni induló sebessége arányos a megállásig megtett út négyzetgyökével! (Ezt felhasználhatod igazolás nélkül is, majd bizonyíthatod a mérés elvégzése után.)
- 2)
 - a) Az ötvenforintost ütköztess az álló ötforintosnak! Jelöld meg az érmék helyzetét az ütközés pillanatában és az érmék megállás utáni véghelyzetét!
 - b) Mérd meg az érmék elmozdulását! Szükséged lesz az érkező érme mozgási irányára is!

- c) Határozd meg általad szabadon választott egységben az ütközés utáni sebességeket!
- d) Mérd meg az ütközés utáni sebességek szögét!
- e) Szerkeszd meg a mért információk alapján az ötforintos módosított sebességét!
Határozd meg az ötforintos és az ötvenforintos tömegének arányát!
- f) Szerkeszd meg a tömegközéppont sebességét és a testek ütközés előtti és ütközés utáni sebességét, módosított sebességét a tömegközépponti rendszerben!
- g) Határozd meg a sebességek ismeretében az ütközési számot és az energiahányadost!
(Távozó érme összes energiája osztva az érkező érme energiája.)

3) Hogyan igazolja a mérés a súrlódási együtthatóra vonatkozó feltevésünk helyességét?
A kiindulási helyeket célszerű előre megszerkeszteni. (Lásd ábra!)

Az érméket körülrajzoljuk, és a sablonnal megjelöljük a középpontjukat.

Vigyázni kell, hogy mindkét érme elmozdulását a megfelelő érme ütközés utáni kezdőhelyzetéhez viszonyítva határozzuk meg!

Ügyelni kell, hogy az érkező érmét ütközés utáni mozgásában ne korlátozzák az irányító vonalzó. Csak az egyik vonalzót rögzítettük gyurmaragasztóval, a másikat csak kézzel.

A lendület-megmaradással dolgoztunk. Felhasználtuk az érkező érme mozgási irányát.

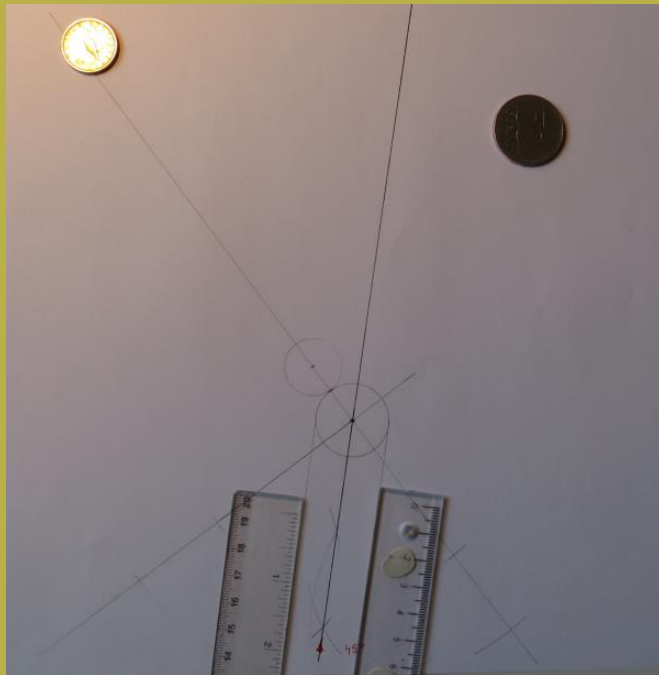
Egy lehetséges helyzetet mutat az ábra: A 45° megszerkesztve, az érme ütközés után megálltak. Láthatóak a bejelölt ütközés utáni kezdőhelyzetek is.

Kiindulásként feltételezzük, hogy a súrlódási együttható azonos a két érme esetén.

Az ütközés utáni elmozdulások nagyságából adódnak az ütközés utáni sebességek önkényes egységben:

$$v_1 \sim \sqrt{s_1} \text{ és } v_2 \sim \sqrt{s_2} .$$

Az elmozdulások mért nagyságából adódnak a sebességek.



A lendületmegmaradás törvényét átalakíthatjuk:

$$p = p_1 + p_2$$

$$Mv = mv_1 + Mv_2$$

$$v = \frac{m}{M} v_1 + v_2 .$$

Ez egy sebesség összeadási szabály, a érkező test sebességeit vesszük és a másik test sebességéből a tömegarányával való szorzással kapott értéket.

Ez módot ad a szerkesztésre. Felvesszük a sebességek irányát, felmérjük a nagyságukat.

v_2 nagysága és iránya, valamint v iránya segítségével megszerkeszthetünk egy paralelogrammát, amiből adódik $\frac{m}{M} v_1$ nagysága. Ha ezt összehasonlítjuk v_1 nagyságával, megkapjuk a tömegek arányát:

$$\frac{m}{M} = \frac{\frac{m}{M} v_1}{v_1}$$

A tömegarány ismeretében meghatározhatjuk a tömegközéppont sebességét:

$$(m + M)v_{\text{TKP}} = mv_1 + Mv_2 = Mv$$

$$(m + M)v_{\text{TKP}} = Mv \text{ ebből } v_{\text{TKP}} = \frac{Mv}{m + M} = \frac{v}{\frac{m}{M} + 1}.$$

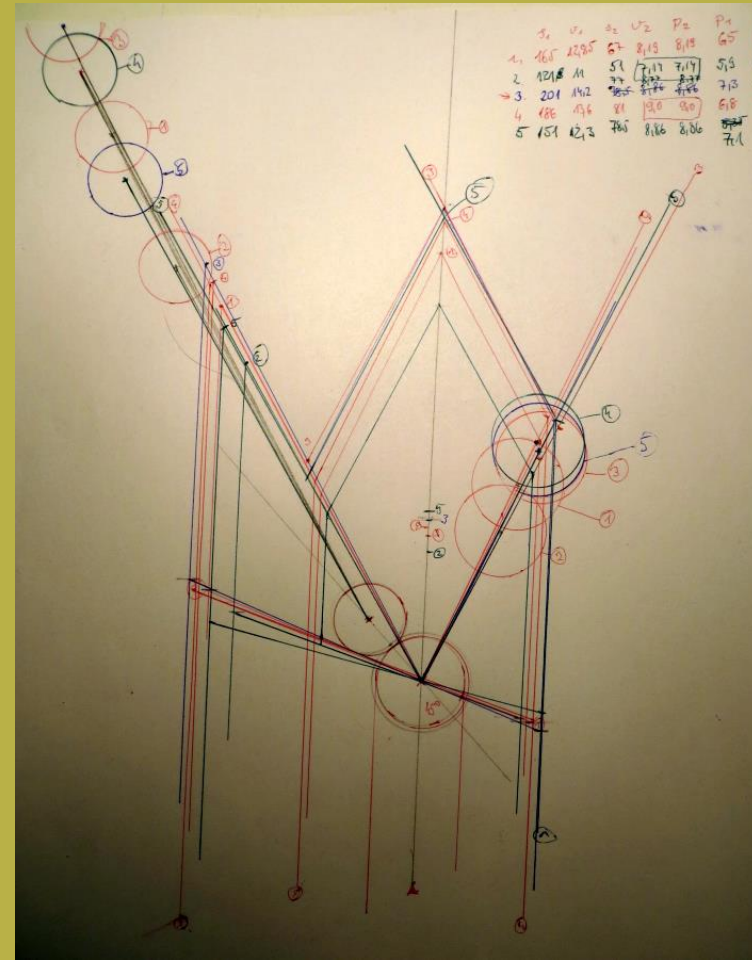
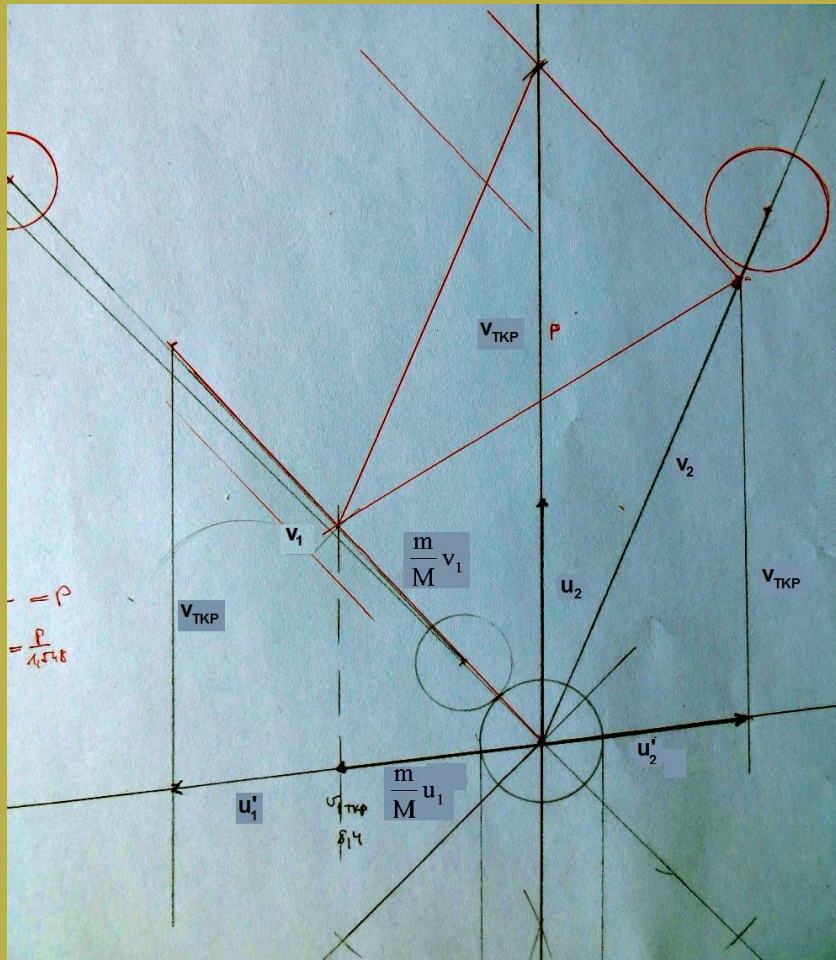
Ha ezt vektoriálisan kivonjuk a sebességekből (szerkesztés) megkapjuk a tömegközépponti rendszerbeli sebességeket u, u_1' és u_2' . $u = u_2 = v - v_{\text{TKP}}$ ez itt egyszerű kivonás.

A tömegközépponti rendszerben $p_1 + p_2 = p_1' + p_2' = 0$, ezért

$mu_1 + Mu_2 = mu_1' + Mu_2' = 0$. Itt ugyancsak képezhetjük a sebességszabályt:

$$\frac{m}{M} u_1 + u_2 = \frac{m}{M} u_1 + u = \frac{m}{M} u_1' + u_2' = 0$$

Az egyenlet két oldalán szereplő két-két vektor az ábrán ellentett vektor, hiszen összegük nulla.



Mivel a szerkesztésből az adódik, hogy ezek ellentétes irányúak és egyforma nagyságúak, a súrlódásra tett feltevésünk helytálló. Most már számolhatjuk az ütközési számot is:

$$k = \frac{P'_{2TKP}}{P_{2TKP}} = \frac{u_2'}{u_2} = \frac{u_1'}{u_1}$$

Az energiaarány:

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2}{\frac{1}{2}Mv^2} = \frac{\frac{m}{M}v_1^2 + v_2^2}{v^2} = \frac{m}{M} \frac{s_1 + s_2}{s}$$

Az s az érkezési sebesség négyzetéből adódik.

	s1	v1	s2	v2	p2	p1	p	m	v _{TKP}	p _{2TKP}	p _{1TKP}	k	s	ε	α
1.	149	12,21	131	11,45	11,45	6,7	15,3	0,55	9,88	55	46	0,836	234,1	0,91	66
2.	165	12,85	67	8,19	8,19	6,5	13	0,51	8,63	44,5	35,4	0,796	169,0	0,89	54
3.	121	11,00	51	7,14	7,14	5,9	11,5	0,54	7,49	40	32,5	0,813	132,3	0,88	58
4.	201	14,18	78,5	8,86	8,86	7,3	14,4	0,51	9,51	49	39	0,796	207,4	0,88	58
5.	186	13,64	81	9,00	9,00	6,8	13,9	0,50	9,28	42	36,5	0,869	193,2	0,90	56
6.	151	12,29	78,5	8,86	8,86	7,1	14,1	0,58	8,94	51,5	38,5	0,748	198,8	0,83	58
							átlag:	0,53				0,809		0,88	58,33
							szórás:	0,03				0,041		0,03	4,08

A tényleges tömegarány $\frac{m}{M} = 0,555$. A mérés alapján $\frac{m}{M} = 0,53$. A mérés elvégzése és a kiértékelése a fontos!