# Algebrai kvantumtérelmélet görbült háttéren

Vecsernyés Péter

Wigner FK, Budapest

Elméleti Fizikai Iskola, Szeged
2012.08.28.

# Tartalom

# Tartalom

# Tartalom

# Tartalom

# Téridőtartományok választása ($\mathcal{S}$ – GHT, $\mathcal{M}$ – MT)

- $\mathcal{T}_a$: kauzálisan zárt, relatíve kompakt $\mathcal{S}$-beli tartományok folyama

$V \subset \mathcal{S}$ kauzálisan zárt: $x, y \in V \Rightarrow \forall \gamma_{x,y}$ kauzális görbe is $V$-ben
folyam: parciálisan rendezett, irányított ($\forall V_1, V_2 \,\exists\, V \supset V_1, V_2$) halmaz

- $\mathcal{T}_b$: kauzálisan teljes $\mathcal{S}$-beli tartományok ortomoduláris hálója, $(\mathcal{T}_b, \wedge, \vee, ')$

$V \subset \mathcal{S}$ kauzálisan teljes: $V'' = V$, $'$ kauzális (térszerű) komplementum
hálóműveletek: $V_1 \vee V_2 := V_1 \cap V_2$, $V_1 \wedge V_2 := (V_1 \cup V_2)''$

- globális töltések / globális belső szimmetriák: $\mathcal{T}_a, \mathcal{T}_{a+b}$

sőt, $\mathcal{M}$-ben: $\mathcal{T}_{a+b} \supset \mathcal{K}$ – kettőskúpok folyama

- mértéktöltések / lokális belső szimmetriák: $\mathcal{T}_b$

# Téridőtartományok választása ($\mathcal{S}$ – GHT, $\mathcal{M}$ – MT)

- $\mathcal{T}_a$: kauzálisan zárt, relatíve kompakt $\mathcal{S}$-beli tartományok folyama

$V \subset \mathcal{S}$ kauzálisan zárt: $x, y \in V \Rightarrow \forall\, \gamma_{x,y}$ kauzális görbe is $V$-ben
folyam: parciálisan rendezett, irányított ($\forall V_1, V_2\ \exists\ V \supset V_1, V_2$) halmaz

- $\mathcal{T}_b$: kauzálisan teljes $\mathcal{S}$-beli tartományok ortomoduláris hálója, $(\mathcal{T}_b, \wedge, \vee, ')$

$V \subset \mathcal{S}$ kauzálisan teljes: $V'' = V$, $'$ kauzális (térszerű) komplementum
hálóműveletek: $V_1 \vee V_2 := V_1 \cap V_2,\ \ V_1 \wedge V_2 := (V_1 \cup V_2)''$

- globális töltések / globális belső szimmetriák: $\mathcal{T}_a, \mathcal{T}_{a+b}$

sőt, $\mathcal{M}$-ben: $\mathcal{T}_{a+b} \supset \mathcal{K}$ – kettőskúpok folyama

- mértéktöltések / lokális belső szimmetriák: $\mathcal{T}_b$

# Téridőtartományok választása ($\mathcal{S}$ – GHT, $\mathcal{M}$ – MT)

- $\mathcal{T}_a$: kauzálisan zárt, relatíve kompakt $\mathcal{S}$-beli tartományok folyama

$V \subset \mathcal{S}$ kauzálisan zárt: $x, y \in V \Rightarrow \ \forall \gamma_{x,y}$ kauzális görbe is $V$-ben
folyam: parciálisan rendezett, irányított ($\forall V_1, V_2 \ \exists \ V \supset V_1, V_2$) halmaz

- $\mathcal{T}_b$: kauzálisan teljes $\mathcal{S}$-beli tartományok ortomoduláris hálója, $(\mathcal{T}_b, \wedge, \vee, ')$

$V \subset \mathcal{S}$ kauzálisan teljes: $V'' = V$, $'$ kauzális (térszerű) komplementum
hálóműveletek: $V_1 \vee V_2 := V_1 \cap V_2, \ \ V_1 \wedge V_2 := (V_1 \cup V_2)''$

- globális töltések / globális belső szimmetriák: $\mathcal{T}_a, \mathcal{T}_{a+b}$

sőt, $\mathcal{M}$-ben: $\mathcal{T}_{a+b} \supset \mathcal{K}$ – kettőskúpok folyama

- mértéktöltések / lokális belső szimmetriák: $\mathcal{T}_b$

# Lokális megfigyelhető algebrák tulajdonságai

- téridőtartományok $\mapsto$ ott megfigyelhetők unitális $C^*$-algebrája

$$\mathcal{T}_a \ni V \mapsto \mathcal{A}(V)$$

- i) izotónia: $V_1 \subseteq V_2 \Rightarrow \mathcal{A}(V_1) \subseteq \mathcal{A}(V_2)$
- ii) Einstein kauzalitás: $V_1 \, X \, V_2 \Rightarrow [\mathcal{A}(V_1), \mathcal{A}(V_2)] = 0$
- iii) primitív kauzalitás: $\mathcal{A}(V) = \mathcal{A}(D(V))$
  $D(V) := \{x \in \mathcal{S} | \gamma_x \cap V \neq \emptyset, \forall \gamma_x \in \Gamma_x\}$
  $\Gamma_x$: $x$ ponton áthaladó kauzális görbék halmaza
- iv) kvázilokális algebra: $\mathcal{A} := \overline{\cup_{V \in \mathcal{T}_a} \mathcal{A}(V)}$, induktív limesz $C^*$-algebra
- v) algebrai Haag duality: $\mathcal{A}(V')' \cap \mathcal{A} = \mathcal{A}(V), \;\; V \in \mathcal{T}_{a+b}$
- vi) kovariancia $\mathcal{P}$ téridő-izometriákra: $\alpha : \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\, \mathcal{A}$

$$\alpha_h(\mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(h \cdot V), \;\; h \in \mathcal{P}, V \in \mathcal{T}_a$$

# Lokális megfigyelhető algebrák tulajdonságai

- téridőtartományok $\mapsto$ ott megfigyelhetők unitális $C^*$-algebrája

$$\mathcal{T}_a \ni V \mapsto \mathcal{A}(V)$$

- i) izotónia: $V_1 \subseteq V_2 \Rightarrow \mathcal{A}(V_1) \subseteq \mathcal{A}(V_2)$
- ii) Einstein kauzalitás: $V_1 \, X \, V_2 \Rightarrow [\mathcal{A}(V_1), \mathcal{A}(V_2)] = 0$
- iii) primitív kauzalitás: $\mathcal{A}(V) = \mathcal{A}(D(V))$
  $D(V) := \{x \in \mathcal{S} | \gamma_x \cap V \neq \emptyset, \forall \gamma_x \in \Gamma_x\}$
  $\Gamma_x$: $x$ ponton áthaladó kauzális görbék halmaza
- iv) kvázilokális algebra: $\mathcal{A} := \overline{\cup_{V \in \mathcal{T}_a} \mathcal{A}(V)}$, induktív limesz $C^*$-algebra
- v) algebrai Haag duality: $\mathcal{A}(V')' \cap \mathcal{A} = \mathcal{A}(V), \;\; V \in \mathcal{T}_{a+b}$
- vi) kovariancia $\mathcal{P}$ téridő-izometriákra: $\alpha : \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\,\mathcal{A}$

$$\alpha_h(\mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(h \cdot V), \;\; h \in \mathcal{P}, V \in \mathcal{T}_a$$

# Lokális megfigyelhető algebrák tulajdonságai

- téridőtartományok $\mapsto$ ott megfigyelhetők unitális $C^*$-algebrája

$$\mathcal{T}_a \ni V \mapsto \mathcal{A}(V)$$

- i) izotónia: $V_1 \subseteq V_2 \Rightarrow \mathcal{A}(V_1) \subseteq \mathcal{A}(V_2)$
- ii) Einstein kauzalitás: $V_1 \, X \, V_2 \Rightarrow [\mathcal{A}(V_1), \mathcal{A}(V_2)] = 0$
- iii) primitív kauzalitás: $\mathcal{A}(V) = \mathcal{A}(D(V))$
  $D(V) := \{x \in \mathcal{S} | \gamma_x \cap V \neq \emptyset, \forall \gamma_x \in \Gamma_x\}$
  $\Gamma_x$: $x$ ponton áthaladó kauzális görbék halmaza
- iv) kvázilokális algebra: $\mathcal{A} := \overline{\cup_{V \in \mathcal{T}_a} \mathcal{A}(V)}$, induktív limesz $C^*$-algebra
- v) algebrai Haag duality: $\mathcal{A}(V')' \cap \mathcal{A} = \mathcal{A}(V), \; V \in \mathcal{T}_{a+b}$
- vi) kovariancia $\mathcal{P}$ téridő-izometriákra: $\alpha : \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\, \mathcal{A}$

$$\alpha_h(\mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(h \cdot V), \; h \in \mathcal{P}, V \in \mathcal{T}_a$$

# Lokális megfigyelhető algebrák tulajdonságai

- téridőtartományok $\mapsto$ ott megfigyelhetők unitális $C^*$-algebrája

$$\mathcal{T}_a \ni V \mapsto \mathcal{A}(V)$$

- i) izotónia: $V_1 \subseteq V_2 \Rightarrow \mathcal{A}(V_1) \subseteq \mathcal{A}(V_2)$
- ii) Einstein kauzalitás: $V_1 \, X \, V_2 \Rightarrow [\mathcal{A}(V_1), \mathcal{A}(V_2)] = 0$
- iii) primitív kauzalitás: $\mathcal{A}(V) = \mathcal{A}(D(V))$
  $D(V) := \{x \in \mathcal{S} | \gamma_x \cap V \neq \emptyset, \forall \gamma_x \in \Gamma_x\}$
  $\Gamma_x$: $x$ ponton áthaladó kauzális görbék halmaza
- iv) kvázilokális algebra: $\mathcal{A} := \overline{\cup_{V \in \mathcal{T}_a} \mathcal{A}(V)}$, induktív limesz $C^*$-algebra
- v) algebrai Haag duality: $\mathcal{A}(V')' \cap \mathcal{A} = \mathcal{A}(V), \ V \in \mathcal{T}_{a+b}$
- vi) kovariancia $\mathcal{P}$ téridő-izometriákra: $\alpha : \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\, \mathcal{A}$

$$\alpha_h(\mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(h \cdot V), \ h \in \mathcal{P}, V \in \mathcal{T}_a$$

# Lokális megfigyelhető algebrák tulajdonságai

- téridőtartományok $\mapsto$ ott megfigyelhetők unitális $C^*$-algebrája

$$\mathcal{T}_a \ni V \mapsto \mathcal{A}(V)$$

- i) izotónia: $V_1 \subseteq V_2 \Rightarrow \mathcal{A}(V_1) \subseteq \mathcal{A}(V_2)$
- ii) Einstein kauzalitás: $V_1 \, X \, V_2 \Rightarrow [\mathcal{A}(V_1), \mathcal{A}(V_2)] = 0$
- iii) primitív kauzalitás: $\mathcal{A}(V) = \mathcal{A}(D(V))$
  $D(V) := \{x \in \mathcal{S} | \gamma_x \cap V \neq \emptyset, \forall \gamma_x \in \Gamma_x\}$
  $\Gamma_x$: $x$ ponton áthaladó kauzális görbék halmaza
- iv) kvázilokális algebra: $\mathcal{A} := \overline{\cup_{V \in \mathcal{T}_a} \mathcal{A}(V)}$, induktív limesz $C^*$-algebra
- v) algebrai Haag duality: $\mathcal{A}(V')' \cap \mathcal{A} = \mathcal{A}(V), \; V \in \mathcal{T}_{a+b}$
- vi) kovariancia $\mathcal{P}$ téridő-izometriákra: $\alpha : \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\, \mathcal{A}$

$$\alpha_h(\mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(h \cdot V), \; h \in \mathcal{P}, V \in \mathcal{T}_a$$

# Lokális megfigyelhető algebrák tulajdonságai

- téridőtartományok $\mapsto$ ott megfigyelhetők unitális $C^*$-algebrája

$$\mathcal{T}_a \ni V \mapsto \mathcal{A}(V)$$

- i) izotónia: $V_1 \subseteq V_2 \Rightarrow \mathcal{A}(V_1) \subseteq \mathcal{A}(V_2)$
- ii) Einstein kauzalitás: $V_1 \, X \, V_2 \Rightarrow [\mathcal{A}(V_1), \mathcal{A}(V_2)] = 0$
- iii) primitív kauzalitás: $\mathcal{A}(V) = \mathcal{A}(D(V))$
  $D(V) := \{x \in \mathcal{S} | \gamma_x \cap V \neq \emptyset, \forall \gamma_x \in \Gamma_x\}$
  $\Gamma_x$: $x$ ponton áthaladó kauzális görbék halmaza
- iv) kvázilokális algebra: $\mathcal{A} := \overline{\cup_{V \in \mathcal{T}_a} \mathcal{A}(V)}$, induktív limesz $C^*$-algebra
- v) algebrai Haag duality: $\mathcal{A}(V')' \cap \mathcal{A} = \mathcal{A}(V), \; V \in \mathcal{T}_{a+b}$
- vi) kovariancia $\mathcal{P}$ téridő-izometriákra: $\alpha : \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\, \mathcal{A}$

$$\alpha_h(\mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(h \cdot V), \; h \in \mathcal{P}, V \in \mathcal{T}_a$$

# Lokális megfigyelhető algebrák tulajdonságai

- téridőtartományok $\mapsto$ ott megfigyelhetők unitális $C^*$-algebrája

$$\mathcal{T}_a \ni V \mapsto \mathcal{A}(V)$$

- i) izotónia: $V_1 \subseteq V_2 \Rightarrow \mathcal{A}(V_1) \subseteq \mathcal{A}(V_2)$
- ii) Einstein kauzalitás: $V_1 \, X \, V_2 \Rightarrow [\mathcal{A}(V_1), \mathcal{A}(V_2)] = 0$
- iii) primitív kauzalitás: $\mathcal{A}(V) = \mathcal{A}(D(V))$
  $D(V) := \{x \in \mathcal{S} | \gamma_x \cap V \neq \emptyset, \forall \gamma_x \in \Gamma_x\}$
  $\Gamma_x$: $x$ ponton áthaladó kauzális görbék halmaza
- iv) kvázilokális algebra: $\mathcal{A} := \overline{\cup_{V \in \mathcal{T}_a} \mathcal{A}(V)}$, induktív limesz $C^*$-algebra
- v) algebrai Haag duality: $\mathcal{A}(V')' \cap \mathcal{A} = \mathcal{A}(V), \;\; V \in \mathcal{T}_{a+b}$
- vi) kovariancia $\mathcal{P}$ téridő-izometriákra: $\alpha : \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\, \mathcal{A}$

$$\alpha_h(\mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(h \cdot V), \;\; h \in \mathcal{P}, V \in \mathcal{T}_a$$

# Cauchy-dinamika

$\mathcal{S}$ téridő izometria-csoportja általában triviális, de i) izotóniából és iii) primitív kauzalitásból a

- $\mathcal{S} \supset C$ Cauchy-felület algebrája, $\mathcal{A}_C$ lokális szerkezettel rendelkezik és $\mathcal{A}_C = \mathcal{A}$
  $\mathcal{A}_C := \overline{\cap_{\mathcal{S}\supset R \supset C} \mathcal{A}(R)}$ inverz limesz $C^*$-algebra
  $\Rightarrow \mathcal{S} \supset C_1, C_2$ Cauchy-felületek között Cauchy-dinamika van: $\alpha_{12} : \mathcal{A}_{C_1} \to \mathcal{A}_{C_2}$ izomorfizmus

# Cauchy-dinamika

$\mathcal{S}$ téridő izometria-csoportja általában triviális, de i) izotóniából és iii) primitív kauzalitásból a

- $\mathcal{S} \supset C$ Cauchy-felület algebrája, $\mathcal{A}_C$ lokális szerkezettel rendelkezik és $\mathcal{A}_C = \mathcal{A}$
  $\mathcal{A}_C := \overline{\cap_{\mathcal{S}\supset R\supset C}\mathcal{A}(R)}$ inverz limesz $C^*$-algebra
  $\Rightarrow \mathcal{S} \supset C_1, C_2$ Cauchy-felületek között Cauchy-dinamika van:
  $\alpha_{12} \colon \mathcal{A}_{C_1} \to \mathcal{A}_{C_2}$ izomorfizmus

# Példa: Weyl-algebra Klein-Gordonból

- $(S, \sigma)$ szimplektikus vektortér $\mapsto$ Weyl $C^*$-algebra

$$\begin{aligned} W(S,\sigma) &= \langle W(\phi), \phi \in S | \text{relációk} \rangle_{C^*} \\ W(\phi)W(\psi) &= e^{-i\sigma(\phi,\psi)/2} W(\phi+\psi), \quad W(\phi)^* = W(-\phi) \end{aligned}$$

- KG esete $E$ kauzális propagátora segítségével:

$$\begin{aligned} S &:= E(C_0^\infty(\mathcal{S}, \mathbb{R})) \\ \sigma(Ef, Eh) &:= \int_{(\mathcal{S},g)} d\mu_g f(Eh), \quad f, h \in C_0^\infty(\mathcal{S}, \mathbb{R}) \end{aligned} \tag{1}$$

- tesztfüggvénytartók $\mapsto$ téridőtartományok $\mapsto$ Weyl részalgebrák $\Rightarrow$ izotónia
- $f \, X \, h$ és $E$ kauzalitása és (1) $\Rightarrow$ Einstein kauzalitás
- ...

# Példa: Weyl-algebra Klein-Gordonból

- $(S, \sigma)$ szimplektikus vektortér $\mapsto$ Weyl $C^*$-algebra

$$\begin{aligned} W(S,\sigma) &= \langle W(\phi), \phi \in S | \text{relációk} \rangle_{C^*} \\ W(\phi)W(\psi) &= e^{-i\sigma(\phi,\psi)/2} W(\phi+\psi), \quad W(\phi)^* = W(-\phi) \end{aligned}$$

- KG esete $E$ kauzális propagátora segítségével:

$$\begin{aligned} S &:= E(C_0^\infty(\mathcal{S}, \mathbb{R})) \\ \sigma(Ef, Eh) &:= \int_{(\mathcal{S},g)} d\mu_g f(Eh), \quad f, h \in C_0^\infty(\mathcal{S}, \mathbb{R}) \end{aligned} \tag{1}$$

- tesztfüggvénytartók $\mapsto$ téridőtartományok $\mapsto$ Weyl részalgebrák $\Rightarrow$ izotónia
- $f \times h$ és $E$ kauzalitása és (1) $\Rightarrow$ Einstein kauzalitás
- ...

# Példa: Weyl-algebra Klein-Gordonból

- $(S, \sigma)$ szimplektikus vektortér $\mapsto$ Weyl $C^*$-algebra

$$\begin{aligned} W(S,\sigma) &= \langle W(\phi), \phi \in S | \text{relációk} \rangle_{C^*} \\ W(\phi)W(\psi) &= e^{-i\sigma(\phi,\psi)/2} W(\phi+\psi), \quad W(\phi)^* = W(-\phi) \end{aligned}$$

- KG esete $E$ kauzális propagátora segítségével:

$$\begin{aligned} S &:= E(C_0^\infty(\mathcal{S},\mathbb{R})) \\ \sigma(Ef, Eh) &:= \int_{(\mathcal{S},g)} d\mu_g f(Eh), \quad f,h \in C_0^\infty(\mathcal{S},\mathbb{R}) \qquad (1) \end{aligned}$$

- tesztfüggvénytartók $\mapsto$ téridőtartományok $\mapsto$ Weyl részalgebrák $\Rightarrow$ izotónia
- $f$ X $h$ és $E$ kauzalitása és (1) $\Rightarrow$ Einstein kauzalitás
- ...

# Megfigyelhető algebra megengedett ábrázolásai

- ábrázolások: $\pi : \mathcal{A} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ *-algebra homomorfizmusok Hilbert tér korlátos operátorainak $C^*$-algebrájába
- $\omega : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ állapot $\mapsto (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás
  állapot: $\omega : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ lineáris, pozitív $\omega(A^*A) \geq 0$, normált $\omega(\mathbf{1}) = 1$
- megengedett ábrázolások:
  i) $\mathcal{S}$ izometriacsoportja (ha van) unitéren implementált
  ii) spektrumfeltétel: transzláció-alcsoport (ha van) generátoraira (tömegnégyzet és energia pozitív)

MT: i) $U : \mathcal{P} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ (erősen folytonos) unitér ábrázolás:

$$\pi(\alpha_h(A)) = U_h \pi(A) U_h^*, \quad h \in \mathcal{P}, A \in \mathcal{A}$$

ii) spektrumfeltétel U(téridőeltolások) önadjungált generátoraira:

$$P_0^2 - \sum_i P_i^2 \geq 0, \qquad P_0 \geq 0$$

# Megfigyelhető algebra megengedett ábrázolásai

- ábrázolások: $\pi\colon \mathcal{A} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ $^*$-algebra homomorfizmusok Hilbert tér korlátos operátorainak $C^*$-algebrájába
- $\omega\colon \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ állapot $\mapsto (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás
  állapot: $\omega\colon \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ lineáris, pozitív $\omega(A^*A) \geq 0$, normált $\omega(\mathbf{1}) = 1$
- megengedett ábrázolások:
  i) $\mathcal{S}$ izometriacsoportja (ha van) unitéren implementált
  ii) spektrumfeltétel: transzláció-alcsoport (ha van) generátoraira (tömegnégyzet és energia pozitív)

MT: i) $U\colon \mathcal{P} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ (erősen folytonos) unitér ábrázolás:

$$\pi(\alpha_h(A)) = U_h \pi(A) U_h^*, \quad h \in \mathcal{P}, A \in \mathcal{A}$$

ii) spektrumfeltétel U(téridőeltolások) önadjungált generátoraira:

$$P_0^2 - \sum_i P_i^2 \geq 0, \qquad P_0 \geq 0$$

# Megfigyelhető algebra megengedett ábrázolásai

- ábrázolások: $\pi \colon \mathcal{A} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ *-algebra homomorfizmusok Hilbert tér korlátos operátorainak $C^*$-algebrájába
- $\omega \colon \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ állapot $\mapsto (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás
  állapot: $\omega \colon \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ lineáris, pozitív $\omega(A^*A) \geq 0$, normált $\omega(\mathbf{1}) = 1$
- megengedett ábrázolások:
  i) $\mathcal{S}$ izometriacsoportja (ha van) unitéren implementált
  ii) spektrumfeltétel: transzláció-alcsoport (ha van) generátoraira (tömegnégyzet és energia pozitív)

MT: i) $U \colon \mathcal{P} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ (erősen folytonos) unitér ábrázolás:

$$\pi(\alpha_h(A)) = U_h \pi(A) U_h^*, \quad h \in \mathcal{P}, A \in \mathcal{A}$$

ii) spektrumfeltétel U(téridőeltolások) önadjungált generátoraira:

$$P_0^2 - \sum_i P_i^2 \geq 0, \qquad P_0 \geq 0$$

# Megfigyelhető algebra megengedett ábrázolásai

- ábrázolások: $\pi\colon \mathcal{A} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ $^*$-algebra homomorfizmusok Hilbert tér korlátos operátorainak $C^*$-algebrájába
- $\omega\colon \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ állapot $\mapsto (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás
  állapot: $\omega\colon \mathcal{A} \to \mathbb{C}$ lineáris, pozitív $\omega(A^*A) \geq 0$, normált $\omega(\mathbf{1}) = 1$
- megengedett ábrázolások:
  i) $\mathcal{S}$ izometriacsoportja (ha van) unitéren implementált
  ii) spektrumfeltétel: transzláció-alcsoport (ha van) generátoraira (tömegnégyzet és energia pozitív)

MT: i) $U\colon \mathcal{P} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ (erősen folytonos) unitér ábrázolás:

$$\pi(\alpha_h(A)) = U_h \pi(A) U_h^*, \quad h \in \mathcal{P}, A \in \mathcal{A}$$

ii) spektrumfeltétel U(téridőeltolások) önadjungált generátoraira:

$$P_0^2 - \sum_i P_i^2 \geq 0, \qquad P_0 \geq 0$$

# Vákuumábrázolás és/vagy Haag-dualitás

- vákuumábrázolás MT-n: irreducibilis megengedett ábrázolás $\mathcal{P}$-invariáns vektorral, $U_h\Omega = \Omega, h \in \mathcal{P}, \Omega \in \mathcal{H}$
  pl. ha $\omega$ $\mathcal{P}$-invariáns, $\omega \circ \alpha_h = \omega, h \in \mathcal{P}$, tiszta állapot
  $\Rightarrow (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás ilyen
  $\alpha\colon \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\,\mathcal{A}$-t implementáló unitérek: $U_h\pi(A)\Omega := \pi(\alpha_h(A))\Omega$
- GHT: globális mennyiségek (általában) elvesznek, nincs vákuumábrázolás
- ami van/lehet: Haag-duális ábrázolás

$$\pi(\mathcal{A}(V'))' \cap \mathcal{B}(\mathcal{H}) = \pi(\mathcal{A}(V)),\ V \in \mathcal{T}_{a+b}$$

  algebrai Haag-dualitás $\Rightarrow \supseteq$
- Neumann: $(S, \sigma)$ véges dimenziós $\Rightarrow$ $\pi\colon W(S, \sigma) \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ irrep unikális (unitér ekvivalencia erejéig)
  KG Weyl nem ilyen $\Rightarrow$ inekvivalens ábrázolások tömkelege

# Vákuumábrázolás és/vagy Haag-dualitás

- vákuumábrázolás MT-n: irreducibilis megengedett ábrázolás $\mathcal{P}$-invariáns vektorral, $U_h\Omega = \Omega, h \in \mathcal{P}, \Omega \in \mathcal{H}$
  pl. ha $\omega$ $\mathcal{P}$-invariáns, $\omega \circ \alpha_h = \omega, h \in \mathcal{P}$, tiszta állapot
  $\Rightarrow (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás ilyen
  $\alpha\colon \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\,\mathcal{A}$-t implementáló unitérek: $U_h\pi(A)\Omega := \pi(\alpha_h(A))\Omega$
- GHT: globális mennyiségek (általában) elvesznek, nincs vákuumábrázolás
- ami van/lehet: Haag-duális ábrázolás

$$\pi(\mathcal{A}(V'))' \cap \mathcal{B}(\mathcal{H}) = \pi(\mathcal{A}(V)), \; V \in \mathcal{T}_{a+b}$$

  algebrai Haag-dualitás $\Rightarrow \supseteq$
- Neumann: $(S, \sigma)$ véges dimenziós $\Rightarrow$ $\pi\colon W(S,\sigma) \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ irrep unikális (unitér ekvivalencia erejéig)
  KG Weyl nem ilyen $\Rightarrow$ inekvivalens ábrázolások tömkelege

# Vákuumábrázolás és/vagy Haag-dualitás

- vákuumábrázolás MT-n: irreducibilis megengedett ábrázolás $\mathcal{P}$-invariáns vektorral, $U_h\Omega = \Omega, h \in \mathcal{P}, \Omega \in \mathcal{H}$
  pl. ha $\omega$ $\mathcal{P}$-invariáns, $\omega \circ \alpha_h = \omega, h \in \mathcal{P}$, tiszta állapot
  $\Rightarrow (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás ilyen
  $\alpha \colon \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\,\mathcal{A}$-t implementáló unitérek: $U_h\pi(A)\Omega := \pi(\alpha_h(A))\Omega$
- GHT: globális mennyiségek (általában) elvesznek, nincs vákuumábrázolás
- ami van/lehet: Haag-duális ábrázolás

$$\pi(\mathcal{A}(V'))' \cap \mathcal{B}(\mathcal{H}) = \pi(\mathcal{A}(V)), \;\; V \in \mathcal{T}_{a+b}$$

algebrai Haag-dualitás $\Rightarrow \supseteq$

- Neumann: $(S, \sigma)$ véges dimenziós $\Rightarrow$ $\pi \colon W(S, \sigma) \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ irrep unikális (unitér ekvivalencia erejéig)
  KG Weyl nem ilyen $\Rightarrow$ inekvivalens ábrázolások tömkelege

# Vákuumábrázolás és/vagy Haag-dualitás

- vákuumábrázolás MT-n: irreducibilis megengedett ábrázolás $\mathcal{P}$-invariáns vektorral, $U_h\Omega = \Omega, h \in \mathcal{P}, \Omega \in \mathcal{H}$
  pl. ha $\omega$ $\mathcal{P}$-invariáns, $\omega \circ \alpha_h = \omega, h \in \mathcal{P}$, tiszta állapot
  $\Rightarrow (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás ilyen
  $\alpha \colon \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\,\mathcal{A}$-t implementáló unitérek: $U_h\pi(A)\Omega := \pi(\alpha_h(A))\Omega$
- GHT: globális mennyiségek (általában) elvesznek, nincs vákuumábrázolás
- ami van/lehet: Haag-duális ábrázolás

$$\pi(\mathcal{A}(V'))' \cap \mathcal{B}(\mathcal{H}) = \pi(\mathcal{A}(V)), \;\; V \in \mathcal{T}_{a+b}$$

  algebrai Haag-dualitás $\Rightarrow \supseteq$
- Neumann: $(S, \sigma)$ véges dimenziós $\Rightarrow \;\pi \colon W(S, \sigma) \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ irrep unikális (unitér ekvivalencia erejéig)
  KG Weyl nem ilyen $\Rightarrow$ inekvivalens ábrázolások tömkelege

# Vákuumábrázolás és/vagy Haag-dualitás

- vákuumábrázolás MT-n: irreducibilis megengedett ábrázolás $\mathcal{P}$-invariáns vektorral, $U_h\Omega = \Omega, h \in \mathcal{P}, \Omega \in \mathcal{H}$
  pl. ha $\omega$ $\mathcal{P}$-invariáns, $\omega \circ \alpha_h = \omega, h \in \mathcal{P}$, tiszta állapot
  $\Rightarrow (\pi_\omega, \mathcal{H}_\omega, \Omega)$ GNS-ábrázolás ilyen
  $\alpha \colon \mathcal{P} \to \mathrm{Aut}\,\mathcal{A}$-t implementáló unitérek: $U_h\pi(A)\Omega := \pi(\alpha_h(A))\Omega$
- GHT: globális mennyiségek (általában) elvesznek, nincs vákuumábrázolás
- ami van/lehet: Haag-duális ábrázolás

$$\pi(\mathcal{A}(V'))' \cap \mathcal{B}(\mathcal{H}) = \pi(\mathcal{A}(V)), \;\; V \in \mathcal{T}_{a+b}$$

  algebrai Haag-dualitás $\Rightarrow \supseteq$

- Neumann: $(S, \sigma)$ véges dimenziós $\Rightarrow$ $\pi \colon W(S, \sigma) \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ irrep unikális (unitér ekvivalencia erejéig)
  KG Weyl nem ilyen $\Rightarrow$ inekvivalens ábrázolások tömkelege

# Kváziszabad állapotok KG-ra GHT-n

- speciális állapotsereg Weyl-algebrára: kváziszabad állapotok

$$\omega(W(\phi)) = \exp(-\mu(\phi,\phi)/2)$$

$\mu \colon S \times S \to \mathbb{R}$ pozitív szemidefinit, bilineáris és

$$4\mu(\phi,\phi)\mu(\psi,\psi) \geq \sigma(\phi,\psi)^2 \tag{2}$$

- (2) egyenlőtlenség szaturálódik $\Leftrightarrow$ $\omega$ tiszta $\Leftrightarrow$ $\pi_\omega$ irreducibilis
- reducibilis eset: pl. nemzérus hőmérsékletű egyensúlyi állapot stacionárius GHT-ben
  irreducibilis eset: pl. szuperszelekciós szektorok vizsgálatánál
- kváziszabad állapotok ekvivalens jellemzése: $\forall\, f, h \in C_0^\infty(\mathcal{S}, \mathbb{R})$ létezik a kétpontfüggvény (bidisztribúció)

$$W_2^\omega(f,h) := \partial_s \partial_t \omega(W(sEf)W(tEh))_{||s=t=0}$$

és meghatározza az $\omega$ állapotot:

$$\omega(W(Ef)) = \exp(-W_2^\omega(f,f))$$

# Kváziszabad állapotok KG-ra GHT-n

- speciális állapotsereg Weyl-algebrára: kváziszabad állapotok

$$\omega(W(\phi)) = \exp(-\mu(\phi,\phi)/2)$$

$\mu \colon S \times S \to \mathbb{R}$ pozitív szemidefinit, bilineáris és

$$4\mu(\phi,\phi)\mu(\psi,\psi) \geq \sigma(\phi,\psi)^2 \qquad (2)$$

- (2) egyenlőtlenség szaturálódik $\Leftrightarrow$ $\omega$ tiszta $\Leftrightarrow$ $\pi_\omega$ irreducibilis
- reducibilis eset: pl. nemzérus hőmérsékletű egyensúlyi állapot stacionárius GHT-ben
  irreducibilis eset: pl. szuperszelekciós szektorok vizsgálatánál
- kváziszabad állapotok ekvivalens jellemzése: $\forall\, f, h \in C_0^\infty(\mathcal{S},\mathbb{R})$ létezik a kétpontfüggvény (bidisztribúció)

$$W_2^\omega(f,h) := \partial_s\partial_t\omega(W(sEf)W(tEh))_{||s=t=0}$$

és meghatározza az $\omega$ állapotot:

$$\omega(W(Ef)) = \exp(-W_2^\omega(f,f))$$

# Kváziszabad állapotok KG-ra GHT-n

- speciális állapotsereg Weyl-algebrára: kváziszabad állapotok

$$\omega(W(\phi)) = \exp(-\mu(\phi,\phi)/2)$$

$\mu\colon S \times S \to \mathbb{R}$ pozitív szemidefinit, bilineáris és

$$4\mu(\phi,\phi)\mu(\psi,\psi) \geq \sigma(\phi,\psi)^2 \tag{2}$$

- (2) egyenlőtlenség szaturálódik $\Leftrightarrow$ $\omega$ tiszta $\Leftrightarrow$ $\pi_\omega$ irreducibilis
- reducibilis eset: pl. nemzérus hőmérsékletű egyensúlyi állapot stacionárius GHT-ben
  irreducibilis eset: pl. szuperszelekciós szektorok vizsgálatánál
- kváziszabad állapotok ekvivalens jellemzése: $\forall\, f, h \in C_0^\infty(\mathcal{S}, \mathbb{R})$ létezik a kétpontfüggvény (bidisztribúció)

$$W_2^\omega(f,h) := \partial_s \partial_t \omega(W(sEf)W(tEh))_{||s=t=0}$$

és meghatározza az $\omega$ állapotot:

$$\omega(W(Ef)) = \exp(-W_2^\omega(f,f))$$

# Kváziszabad állapotok KG-ra GHT-n

- speciális állapotsereg Weyl-algebrára: kváziszabad állapotok

$$\omega(W(\phi)) = \exp(-\mu(\phi,\phi)/2)$$

$\mu\colon S \times S \to \mathbb{R}$ pozitív szemidefinit, bilineáris és

$$4\mu(\phi,\phi)\mu(\psi,\psi) \geq \sigma(\phi,\psi)^2 \tag{2}$$

- (2) egyenlőtlenség szaturálódik $\Leftrightarrow$ $\omega$ tiszta $\Leftrightarrow$ $\pi_\omega$ irreducibilis
- reducibilis eset: pl. nemzérus hőmérsékletű egyensúlyi állapot stacionárius GHT-ben
  irreducibilis eset: pl. szuperszelekciós szektorok vizsgálatánál
- kváziszabad állapotok ekvivalens jellemzése: $\forall\, f, h \in C_0^\infty(\mathcal{S}, \mathbb{R})$ létezik a kétpontfüggvény (bidisztribúció)

$$W_2^\omega(f,h) := \partial_s \partial_t \omega(W(sEf)W(tEh))_{||s=t=0}$$

és meghatározza az $\omega$ állapotot:

$$\omega(W(Ef)) = \exp(-W_2^\omega(f,f))$$

# Hadamardos kváziszabad állapotok KG-ra GHT-n

- Hadamard állapotok: spec. kváziszabad állapotsereg, a kétpontfüggvény rövidtávolságú viselkedését megszorító (3) tulajdonsággal

$$W_2^\omega(f,h) = \lim_{\epsilon\to 0} \int [G_\epsilon(x,y) + H_\omega(x,y)]\, f(x)g(y)d\mu_g d\mu_g \qquad (3)$$

$H_\omega$ sima, $\omega$-függő magfüggvény; $G_\epsilon$ KG és $g$ metrika által meghatározott "szinguláris" magfüggvény (= bidisztribúció $C_0^\infty(\mathcal{S},\mathbb{R})$-n)

$$G_\epsilon(x,y) = \frac{U(x,y)}{\sigma(x,y) + 2i\epsilon(t_x - t_y) + \epsilon^2} + V(x,y)\log\sigma(x,y) + 2i\epsilon(t_x - t_y) + \epsilon^2$$

$\sigma$ geodetikus távolságnégyzet, $t$ globális időfüggvény, $U$, $V$ sima.

- ezekben $\omega(T_{ab})$, $T_{ab} = \nabla_a\Phi\nabla_b\Phi - 1/2g_{ab}(\nabla_c\Phi\nabla^c\Phi + m^2\Phi^2)$, a KG energia-impulzus tenzor, jól definiálható/viselkedik, ami pl. kváziklasszikus Einstein-egyenlet vizsgálatánál fontos

# Hadamardos kváziszabad állapotok KG-ra GHT-n

- Hadamard állapotok: spec. kváziszabad állapotsereg, a kétpontfüggvény rövidtávolságú viselkedését megszorító (3) tulajdonsággal

$$W_2^\omega(f,h) = \lim_{\epsilon\to 0}\int [G_\epsilon(x,y) + H_\omega(x,y)]\, f(x)g(y)d\mu_g d\mu_g \qquad (3)$$

$H_\omega$ sima, $\omega$-függő magfüggvény; $G_\epsilon$ KG és $g$ metrika által meghatátozott "szinguláris" magfüggvény (= bidisztribúció $C_0^\infty(\mathcal{S},\mathbb{R})$-n)

$$G_\epsilon(x,y) = \frac{U(x,y)}{\sigma(x,y) + 2i\epsilon(t_x - t_y) + \epsilon^2} + V(x,y)\log\sigma(x,y) + 2i\epsilon(t_x - t_y) + \epsilon^2$$

$\sigma$ geodetikus távolságnégyzet, $t$ globális időfüggvény, $U$, $V$ sima.

- ezekben $\omega(T_{ab})$, $T_{ab} = \nabla_a\Phi\nabla_b\Phi - 1/2g_{ab}(\nabla_c\Phi\nabla^c\Phi + m^2\Phi^2)$, a KG energia-impulzus tenzor, jól definiálható/viselkedik, ami pl. kváziklasszikus Einstein-egyenlet vizsgálatánál fontos

# Hadamardos kváziszabad állapotok KG-ra GHT-n

- Hadamard állapotok: spec. kváziszabad állapotsereg, a kétpontfüggvény rövidtávolságú viselkedését megszorító (3) tulajdonsággal

$$W_2^{\omega}(f,h) = \lim_{\epsilon\to 0} \int [G_\epsilon(x,y) + H_\omega(x,y)]\, f(x)g(y)d\mu_g d\mu_g \qquad (3)$$

$H_\omega$ sima, $\omega$-függő magfüggvény; $G_\epsilon$ KG és $g$ metrika által meghatátozott "szinguláris" magfüggvény (= bidisztribúció $C_0^\infty(\mathcal{S},\mathbb{R})$-n)

$$G_\epsilon(x,y) = \frac{U(x,y)}{\sigma(x,y) + 2i\epsilon(t_x - t_y) + \epsilon^2} + V(x,y)\log\sigma(x,y) + 2i\epsilon(t_x - t_y) + \epsilon^2$$

$\sigma$ geodetikus távolságnégyzet, $t$ globális időfüggvény, $U$, $V$ sima.

- ezekben $\omega(T_{ab})$, $T_{ab} = \nabla_a\Phi\nabla_b\Phi - 1/2g_{ab}(\nabla_c\Phi\nabla^c\Phi + m^2\Phi^2)$, a KG energia-impulzus tenzor, jól definiálható/viselkedik, ami pl. kváziklasszikus Einstein-egyenlet vizsgálatánál fontos

# Lokalizált és transzportálható ábrázolások

- MT: ($\pi_0$ vákuumábrázoláshoz képest) lokalizált ábrázolások
  $[\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető töltések
  $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{0|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- MT: transzportálható ábrázolások $[\pi_0]_{DHR} \subset [\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető és transzportálható töltések
  $\forall T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists \pi_x \simeq \pi : \mathrm{supp}\,\pi_x = T_x(\mathrm{supp}\,\pi)$
- MT-beli DHR-szektorok: $[\pi_0]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok
- GHT: egymáshoz lokalizált ábrázolások, $\pi_1 \sim \pi_2$, $[\pi]_{loc}$ ekvivalenciaosztályai - egymásból lokálisan kelthető töltések
  $\pi_1 \sim \pi_2$ ha $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{1|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{2|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- GHT: transzportálható ábrázolások $[\pi]_{DHR} \subset [\pi]_{loc}$ - egymásból bárhol lokálisan kelthető töltések
  $\exists \{V_\alpha\} \subset \mathcal{T}_{a+b}$ lokálisan véges fedése $\mathcal{S}$-nek, $V \in \{V_\alpha\}$, és $\{\pi_{1\alpha}, \pi_{2\alpha}\} \subset [\pi]_{loc}$: $\pi_{i\alpha} \simeq \pi_i, i = 1, 2 : \pi_{1\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)} \simeq \pi_{2\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)}$
- GHT-beli DHR-szektorok (serege, hisz nincs kitüntetett $\pi_0$): $[\pi]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai

# Lokalizált és transzportálható ábrázolások

- MT: ($\pi_0$ vákuumábrázoláshoz képest) lokalizált ábrázolások
  $[\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető töltések
  $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{0|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\, \pi := V$
- MT: transzportálható ábrázolások $[\pi_0]_{DHR} \subset [\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető és transzportálható töltések
  $\forall\, T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\; \exists\, \pi_x \simeq \pi : \mathrm{supp}\, \pi_x = T_x(\mathrm{supp}\, \pi)$
- MT-beli DHR-szektorok: $[\pi_0]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok
- GHT: egymáshoz lokalizált ábrázolások, $\pi_1 \sim \pi_2$, $[\pi]_{loc}$ ekvivalenciaosztályai - egymásból lokálisan kelthető töltések
  $\pi_1 \sim \pi_2$ ha $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{1|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{2|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\, \pi := V$
- GHT: transzportálható ábrázolások $[\pi]_{DHR} \subset [\pi]_{loc}$ - egymásból bárhol lokálisan kelthető töltések
  $\exists \{V_\alpha\} \subset \mathcal{T}_{a+b}$ lokálisan véges fedése $\mathcal{S}$-nek, $V \in \{V_\alpha\}$, és $\{\pi_{1\alpha}, \pi_{2\alpha}\} \subset [\pi]_{loc}$: $\pi_{i\alpha} \simeq \pi_i, i = 1, 2 : \pi_{1\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)} \simeq \pi_{2\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)}$
- GHT-beli DHR-szektorok (serege, hisz nincs kitüntetett $\pi_0$): $[\pi]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai

# Lokalizált és transzportálható ábrázolások

- MT: ($\pi_0$ vákuumábrázoláshoz képest) lokalizált ábrázolások $[\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető töltések
  $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{0|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- MT: transzportálható ábrázolások $[\pi_0]_{DHR} \subset [\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető és transzportálható töltések
  $\forall T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists \pi_x \simeq \pi : \mathrm{supp}\,\pi_x = T_x(\mathrm{supp}\,\pi)$
- MT-beli DHR-szektorok: $[\pi_0]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok
- GHT: egymáshoz lokalizált ábrázolások, $\pi_1 \sim \pi_2$, $[\pi]_{loc}$ ekvivalenciaosztályai - egymásból lokálisan kelthető töltések
  $\pi_1 \sim \pi_2$ ha $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{1|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{2|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- GHT: transzportálható ábrázolások $[\pi]_{DHR} \subset [\pi]_{loc}$ - egymásból bárhol lokálisan kelthető töltések
  $\exists\{V_\alpha\} \subset \mathcal{T}_{a+b}$ lokálisan véges fedése $\mathcal{S}$-nek, $V \in \{V_\alpha\}$, és $\{\pi_{1\alpha}, \pi_{2\alpha}\} \subset [\pi]_{loc}$: $\pi_{i\alpha} \simeq \pi_i, i = 1, 2 : \pi_{1\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)} \simeq \pi_{2\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)}$
- GHT-beli DHR-szektorok (serege, hisz nincs kitüntetett $\pi_0$): $[\pi]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai

# Lokalizált és transzportálható ábrázolások

- MT: ($\pi_0$ vákuumábrázoláshoz képest) lokalizált ábrázolások
  $[\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető töltések
  $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{0|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- MT: transzportálható ábrázolások $[\pi_0]_{DHR} \subset [\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető és transzportálható töltések
  $\forall\, T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists\, \pi_x \simeq \pi : \mathrm{supp}\,\pi_x = T_x(\mathrm{supp}\,\pi)$
- MT-beli DHR-szektorok: $[\pi_0]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok
- GHT: egymáshoz lokalizált ábrázolások, $\pi_1 \sim \pi_2$, $[\pi]_{loc}$ ekvivalenciaosztályai - egymásból lokálisan kelthető töltések
  $\pi_1 \sim \pi_2$ ha $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{1|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{2|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- GHT: transzportálható ábrázolások $[\pi]_{DHR} \subset [\pi]_{loc}$ - egymásból bárhol lokálisan kelthető töltések
  $\exists \{V_\alpha\} \subset \mathcal{T}_{a+b}$ lokálisan véges fedése $\mathcal{S}$-nek, $V \in \{V_\alpha\}$, és
  $\{\pi_{1\alpha}, \pi_{2\alpha}\} \subset [\pi]_{loc}$: $\pi_{i\alpha} \simeq \pi_i, i = 1, 2 : \pi_{1\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)} \simeq \pi_{2\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)}$
- GHT-beli DHR-szektorok (serege, hisz nincs kitüntetett $\pi_0$): $[\pi]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai

# Lokalizált és transzportálható ábrázolások

- MT: ($\pi_0$ vákuumábrázoláshoz képest) lokalizált ábrázolások $[\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető töltések
  $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{0|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\, \pi := V$
- MT: transzportálható ábrázolások $[\pi_0]_{DHR} \subset [\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető és transzportálható töltések
  $\forall\, T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists \pi_x \simeq \pi : \mathrm{supp}\, \pi_x = T_x(\mathrm{supp}\, \pi)$
- MT-beli DHR-szektorok: $[\pi_0]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok
- GHT: egymáshoz lokalizált ábrázolások, $\pi_1 \sim \pi_2$, $[\pi]_{loc}$ ekvivalenciaosztályai - egymásból lokálisan kelthető töltések
  $\pi_1 \sim \pi_2$ ha $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{1|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{2|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\, \pi := V$
- GHT: transzportálható ábrázolások $[\pi]_{DHR} \subset [\pi]_{loc}$ - egymásból bárhol lokálisan kelthető töltések
  $\exists \{V_\alpha\} \subset \mathcal{T}_{a+b}$ lokálisan véges fedése $\mathcal{S}$-nek, $V \in \{V_\alpha\}$, és $\{\pi_{1\alpha}, \pi_{2\alpha}\} \subset [\pi]_{loc}$: $\pi_{i\alpha} \simeq \pi_i, i = 1,2 : \pi_{1\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)} \simeq \pi_{2\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)}$
- GHT-beli DHR-szektorok (serege, hisz nincs kitüntetett $\pi_0$): $[\pi]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai

# Lokalizált és transzportálható ábrázolások

- MT: ($\pi_0$ vákuumábrázoláshoz képest) lokalizált ábrázolások
  $[\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető töltések
  $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{0|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- MT: transzportálható ábrázolások $[\pi_0]_{DHR} \subset [\pi_0]_{loc}$ - vákuumból lokálisan kelthető és transzportálható töltések
  $\forall\, T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists\, \pi_x \simeq \pi : \mathrm{supp}\,\pi_x = T_x(\mathrm{supp}\,\pi)$
- MT-beli DHR-szektorok: $[\pi_0]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok
- GHT: egymáshoz lokalizált ábrázolások, $\pi_1 \sim \pi_2$, $[\pi]_{loc}$ ekvivalenciaosztályai - egymásból lokálisan kelthető töltések
  $\pi_1 \sim \pi_2$ ha $\exists V \in \mathcal{K} : \pi_{1|\mathcal{A}(V')} \simeq \pi_{2|\mathcal{A}(V')}, \quad \mathrm{supp}\,\pi := V$
- GHT: transzportálható ábrázolások $[\pi]_{DHR} \subset [\pi]_{loc}$ - egymásból bárhol lokálisan kelthető töltések
  $\exists\{V_\alpha\} \subset \mathcal{T}_{a+b}$ lokálisan véges fedése $\mathcal{S}$-nek, $V \in \{V_\alpha\}$, és
  $\{\pi_{1\alpha}, \pi_{2\alpha}\} \subset [\pi]_{loc}$: $\pi_{i\alpha} \simeq \pi_i, i = 1, 2 : \pi_{1\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)} \simeq \pi_{2\alpha|\mathcal{A}(V'_\alpha)}$
- GHT-beli DHR-szektorok (serege, hisz nincs kitüntetett $\pi_0$): $[\pi]_{DHR}$-beli irrepek unitér ekvivalenciaosztályai

# Lokalizált és transzportálható endomorfizmusok

- MT: $\pi_0$ vákuumábrázolás Haag-duális $\Rightarrow$ DHR-ábrázolások az $\mathcal{A}$ DHR-endomorfizmusaira (lokalizált és transzportálható $\rho \colon \mathcal{A} \to \mathcal{A}$ $^*$-endomorfizmusok) fordíthatók: $\pi = \pi_0 \circ \rho$
  lokalizált, $\rho \in \mathrm{End}_{loc}\mathcal{A}$ : $\exists V \in \mathcal{K}$ : $\rho_{|\mathcal{A}(V')} = \mathrm{id}_{|\mathcal{A}(V')}$, $\operatorname{supp}\rho := V$
  transzportálható, $\rho \in \mathrm{End}_{DGR}\mathcal{A}$ : $\forall\, T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists\, \rho_x \in \mathrm{End}_{loc}\mathcal{A}$ és $U_x \in \mathcal{A}$ unitér, $\rho_x = \mathrm{Ad}\, U_x \circ \rho$ és $\operatorname{supp}\rho_x = T_x(\operatorname{supp}\rho)$
- GHT: $\pi$ ábrázolás Haag-duális $\Rightarrow$ $[\pi]_{DHR}$ DHR-ábrázolások az $\mathcal{A}$ DHR-endomorfizmusaira fordíthatók: $\tilde{\pi} = \pi \circ \rho, \tilde{\pi} \in [\pi]_{DHR}$
- MT/GHT-beli algebrai DHR-szektorok: $\mathrm{End}_{DHR}$-beli irreducibilis endomorfizmusok, $\rho(\mathcal{A})' \cap \mathcal{A} = \mathbb{C}\mathbf{1}$, belső automorfizmusok szerinti ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok (spontán sértés nélkül)

# Lokalizált és transzportálható endomorfizmusok

- MT: $\pi_0$ vákuumábrázolás Haag-duális $\Rightarrow$ DHR-ábrázolások az $\mathcal{A}$ DHR-endomorfizmusaira (lokalizált és transzportálható $\rho\colon \mathcal{A} \to \mathcal{A}$ $^*$-endomorfizmusok) fordíthatók: $\pi = \pi_0 \circ \rho$
  lokalizált, $\rho \in \mathrm{End}_{loc}\mathcal{A}$ : $\exists V \in \mathcal{K} : \rho_{|\mathcal{A}(V')} = \mathrm{id}_{|\mathcal{A}(V')}$, $\mathrm{supp}\,\rho := V$
  transzportálható, $\rho \in \mathrm{End}_{DGR}\mathcal{A}$ : $\forall\, T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists\, \rho_x \in \mathrm{End}_{loc}\mathcal{A}$ és $U_x \in \mathcal{A}$ unitér, $\rho_x = \mathrm{Ad}\, U_x \circ \rho$ és $\mathrm{supp}\,\rho_x = T_x(\mathrm{supp}\,\rho)$
- GHT: $\pi$ ábrázolás Haag-duális $\Rightarrow$ $[\pi]_{DHR}$ DHR-ábrázolások az $\mathcal{A}$ DHR-endomorfizmusaira fordíthatók: $\tilde{\pi} = \pi \circ \rho, \tilde{\pi} \in [\pi]_{DHR}$
- MT/GHT-beli algebrai DHR-szektorok: $\mathrm{End}_{DHR}$-beli irreducibilis endomorfizmusok, $\rho(\mathcal{A})' \cap \mathcal{A} = \mathbb{C}\mathbf{1}$, belső automorfizmusok szerinti ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok (spontán sértés nélkül)

# Lokalizált és transzportálható endomorfizmusok

- MT: $\pi_0$ vákuumábrázolás Haag-duális $\Rightarrow$ DHR-ábrázolások az $\mathcal{A}$ DHR-endomorfizmusaira (lokalizált és transzportálható $\rho\colon \mathcal{A} \to \mathcal{A}$ $^*$-endomorfizmusok) fordíthatók: $\pi = \pi_0 \circ \rho$
  lokalizált, $\rho \in \mathrm{End}_{loc}\mathcal{A}$ : $\exists V \in \mathcal{K} : \rho_{|\mathcal{A}(V')} = \mathrm{id}_{|\mathcal{A}(V')}, \ \mathrm{supp}\,\rho := V$
  transzportálható, $\rho \in \mathrm{End}_{DGR}\mathcal{A}$ : $\forall\, T_x \in \mathcal{T} \subset \mathcal{P}\ \exists\, \rho_x \in \mathrm{End}_{loc}\mathcal{A}$ és $U_x \in \mathcal{A}$ unitér, $\rho_x = \mathrm{Ad}\,U_x \circ \rho$ és $\mathrm{supp}\,\rho_x = T_x(\mathrm{supp}\,\rho)$
- GHT: $\pi$ ábrázolás Haag-duális $\Rightarrow$ $[\pi]_{DHR}$ DHR-ábrázolások az $\mathcal{A}$ DHR-endomorfizmusaira fordíthatók: $\tilde{\pi} = \pi \circ \rho, \tilde{\pi} \in [\pi]_{DHR}$
- MT/GHT-beli algebrai DHR-szektorok: $\mathrm{End}_{DHR}$-beli irreducibilis endomorfizmusok, $\rho(\mathcal{A})' \cap \mathcal{A} = \mathbb{C}\mathbf{1}$, belső automorfizmusok szerinti ekvivalenciaosztályai - szuperszelekciós szektorok (spontán sértés nélkül)

# Szorzatábrázolások, statisztika, rekonstrukció

- AQFT rekonstrukciós program: ugyanúgy mint MT-ben
- szorzatábrázolás endomorfizmusok szorzatából (= kompozíciójából)
  $\pi_1 \times \pi_2 = (\pi \circ \rho_1) \times (\pi \circ \rho_2) := \pi \circ (\rho_1 \times \rho_2), \quad \rho_1 \times \rho_2 := \rho_1 \circ \rho_2$
- statisztika a permutációcsoport-relációkat kielégítő unitér $\varepsilon_{12}$ statisztikus operátorból: $\rho_2 \times \rho_1 = \mathrm{Ad}\, \varepsilon_{12} \circ \rho_1 \times \rho_2$
- $G$ globális belső szimmetriacsoport: a $\mathrm{Rep}\, G \sim [\pi]_{DHR}$ követelményből
- $\mathcal{F}$ téralgebra két követelményből:
  i) $\mathcal{A} \subset \mathcal{F}$ algebrakiterjesztés rajta $G$-hatással, $\mathcal{F}^G = \mathcal{A}$
  ii) (relatíve lokális) téralgebraelemek implementálják az $\mathrm{End}_{DHR}$-beli endomorfizmusokat: $FA = \rho(A)F$

# Szorzatábrázolások, statisztika, rekonstrukció

- AQFT rekonstrukciós program: ugyanúgy mint MT-ben
- szorzatábrázolás endomorfizmusok szorzatából (= kompozíciójából)
  $\pi_1 \times \pi_2 = (\pi \circ \rho_1) \times (\pi \circ \rho_2) := \pi \circ (\rho_1 \times \rho_2), \quad \rho_1 \times \rho_2 := \rho_1 \circ \rho_2$
- statisztika a permutációcsoport-relációkat kielégítő unitér $\varepsilon_{12}$ statisztikus operátorból: $\rho_2 \times \rho_1 = \mathrm{Ad}\, \varepsilon_{12} \circ \rho_1 \times \rho_2$
- $G$ globális belső szimmetriacsoport: a $\mathrm{Rep}\, G \sim [\pi]_{DHR}$ követelményből
- $\mathcal{F}$ téralgebra két követelményből:
  i) $\mathcal{A} \subset \mathcal{F}$ algebrakiterjesztés rajta $G$-hatással, $\mathcal{F}^G = \mathcal{A}$
  ii) (relatíve lokális) téralgebraelemek implementálják az $\mathrm{End}_{DHR}$-beli endomorfizmusokat: $FA = \rho(A)F$

# Szorzatábrázolások, statisztika, rekonstrukció

- AQFT rekonstrukciós program: ugyanúgy mint MT-ben
- szorzatábrázolás endomorfizmusok szorzatából (= kompozíciójából) $\pi_1 \times \pi_2 = (\pi \circ \rho_1) \times (\pi \circ \rho_2) := \pi \circ (\rho_1 \times \rho_2), \quad \rho_1 \times \rho_2 := \rho_1 \circ \rho_2$
- statisztika a permutációcsoport-relációkat kielégítő unitér $\varepsilon_{12}$ statisztikus operátorból: $\rho_2 \times \rho_1 = \mathrm{Ad}\, \varepsilon_{12} \circ \rho_1 \times \rho_2$
- $G$ globális belső szimmetriacsoport: a $\mathrm{Rep}\, G \sim [\pi]_{DHR}$ követelményből
- $\mathcal{F}$ téralgebra két követelményből: i) $\mathcal{A} \subset \mathcal{F}$ algebrakiterjesztés rajta $G$-hatással, $\mathcal{F}^G = \mathcal{A}$ ii) (relatíve lokális) téralgebraelemek implementálják az $\mathrm{End}_{DHR}$-beli endomorfizmusokat: $FA = \rho(A)F$

# Szorzatábrázolások, statisztika, rekonstrukció

- AQFT rekonstrukciós program: ugyanúgy mint MT-ben
- szorzatábrázolás endomorfizmusok szorzatából (= kompozíciójából)
  $\pi_1 \times \pi_2 = (\pi \circ \rho_1) \times (\pi \circ \rho_2) := \pi \circ (\rho_1 \times \rho_2), \quad \rho_1 \times \rho_2 := \rho_1 \circ \rho_2$
- statisztika a permutációcsoport-relációkat kielégítő unitér $\varepsilon_{12}$ statisztikus operátorból: $\rho_2 \times \rho_1 = \mathrm{Ad}\, \varepsilon_{12} \circ \rho_1 \times \rho_2$
- $G$ globális belső szimmetriacsoport: a $\mathrm{Rep}\, G \sim [\pi]_{DHR}$ követelményből
- $\mathcal{F}$ téralgebra két követelményből:
  i) $\mathcal{A} \subset \mathcal{F}$ algebrakiterjesztés rajta $G$-hatással, $\mathcal{F}^G = \mathcal{A}$
  ii) (relatíve lokális) téralgebraelemek implementálják az $\mathrm{End}_{DHR}$-beli endomorfizmusokat: $FA = \rho(A)F$

# Szorzatábrázolások, statisztika, rekonstrukció

- AQFT rekonstrukciós program: ugyanúgy mint MT-ben
- szorzatábrázolás endomorfizmusok szorzatából (= kompozíciójából) $\pi_1 \times \pi_2 = (\pi \circ \rho_1) \times (\pi \circ \rho_2) := \pi \circ (\rho_1 \times \rho_2), \quad \rho_1 \times \rho_2 := \rho_1 \circ \rho_2$
- statisztika a permutációcsoport-relációkat kielégítő unitér $\varepsilon_{12}$ statisztikus operátorból: $\rho_2 \times \rho_1 = \mathrm{Ad}\, \varepsilon_{12} \circ \rho_1 \times \rho_2$
- $G$ globális belső szimmetriacsoport: a $\mathrm{Rep}\, G \sim [\pi]_{DHR}$ követelményből
- $\mathcal{F}$ téralgebra két követelményből:
  i) $\mathcal{A} \subset \mathcal{F}$ algebrakiterjesztés rajta $G$-hatással, $\mathcal{F}^G = \mathcal{A}$
  ii) (relatíve lokális) téralgebraelemek implementálják az $\mathrm{End}_{DHR}$-beli endomorfizmusokat: $FA = \rho(A)F$

# Tapasztalat

- MT-ben használt globális térelméleti fogalmak, eszközök GHT-ben elvesznek, csak lokálisak maradnak
- szuperszelekciós szektorok "rigidek":
  i) túlélik a görbítést,
  ii) a téridőnek csak a kauzális szerkezetétől függnek
- jóságkritérium: választott (algebrai) kvantumgravitációelméletből tudunk-e rekonstruálni egy téridő kauzális struktúráját és az ezt tisztelő megfigyelhető algebrák folyamát?

# Tapasztalat

- MT-ben használt globális térelméleti fogalmak, eszközök GHT-ben elvesznek, csak lokálisak maradnak
- szuperszelekciós szektorok "rigidek":
  i) túlélik a görbítést,
  ii) a téridőnek csak a kauzális szerkezetétől függnek
- jóságkritérium: választott (algebrai) kvantumgravitációelméletből tudunk-e rekonstruálni egy téridő kauzális struktúráját és az ezt tisztelő megfigyelhető algebrák folyamát?

# Tapasztalat

- MT-ben használt globális térelméleti fogalmak, eszközök GHT-ben elvesznek, csak lokálisak maradnak
- szuperszelekciós szektorok "rigidek":
  i) túlélik a görbítést,
  ii) a téridőnek csak a kauzális szerkezetétől függnek
- jóságkritérium: választott (algebrai) kvantumgravitációelméletből tudunk-e rekonstruálni egy téridő kauzális struktúráját és az ezt tisztelő megfigyelhető algebrák folyamát?

# Irodalom


- C. Bär K. Fredenhagen (Eds.), QFT on curved spacetimes: concepts and mathematical foundations
  Lecture Notes in Phys. 786, Springer 2009
- R. Brunetti, K. Fredenhagen, R. Verch, The generally covariant locality principle - a new paradigm for local QFT
  Commun.Math.Phys. 237, 31 (2003)
- R.M. Wald, QFT in curved spacetime and black hole thermodynamics
  The University of Chicago Press, 1994