Modern fejlemények a kvantumelméletben

Bevezetés

Ádám Péter, Diósi Lajos

Elméleti Fizikai Iskola

Tihany, 2010. augusztus 30. - szeptember 3.

Iskola témája, bevezetés célja

Iskola témája

- kvantumoptika és kvantuminformatika
  - koherencia, dekoherencia, összefonódás, mérés, fundamentális problémák

Bevezetés célja

- tudományterület tárgya, viszonya más területekhez, kísérlet-elmélet kapcsolata
- bevezetés a kvantumoptikába és kvantuminformatikába, alapok, áttekintés (bepillantás)
- fundamentális kvantummechanikai problémák és kísérletek, áttekintés

Tartalomjegyzék

Tudományterület fejlődése

Nobel díjasok

- 1964: C. H. Townes, N. G. Basov, A. M. Prokhorov
  – lézer
- 1981: N. Bloembergen, A. L. Schawlow, K. M. Siegbahn
  – lézerspektroszkópia
- 1989: N. F. Ramsey, H. G. Dehmelt, W. Paul
  – ion csapda
- 1997: S. Chu, C. Cohen-Tannoudji, W. D. Phillips
  – atomok hűtése és csapdázása lézerfénnyel
- 2001: E. A. Cornell, W. Ketterle, C. E. Wieman
  – Bose-Einstein kondenzáció
- 2005: R. J. Glauber, J. L. Hall, T. W. Hänsch
  – optikai koherencia kvantumelmélete
  – lézerspektroszkópia

Tudományterület tárgya

Atom- és molekulafizika

Ion- és atomcsapdák

Atomoptika

Kvantumelektronika —— **Kvantumoptika**
($\sim$ 1970)
(N<10 szab. fok,
∞ dim.)

Anyaghullámok (BEC)
($\sim$ 1995)

Kvantuminformatika
($\sim$ 1990)
(<N szab. fok, N<5 dim.)

Lézerfizika

Nemlineáris optika

Optika

Statisztikus fizika

Szilárdtestfizika

Fundamentális problémák és kísérletek

- kvantummechanika kísérleti ellenőrzése "egyedi" kvantumrendszerekben
- kvantummechanika értelmezése, paradoxonok, nemlokalitás, összefonódás, korrelációk, Bell-kísérletek, mérés
- kvantum-klasszikus átmenet (dekoherencia)

Kvantumoptika alapjai

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r},t) = \mathbb{i}\sum_{k,\lambda}\left(\frac{\hbar\omega_k}{2\varepsilon_0 L^3}\right)^{\frac{1}{2}} \mathbf{e}_{k,\lambda}\left\{\hat{a}_{k,\lambda}\exp\left(-\mathbb{i}\omega_k t + \mathbb{i}\mathbf{k}\mathbf{r}\right) - \hat{a}^{\dagger}_{k,\lambda}\exp\left(\mathbb{i}\omega_k t - \mathbb{i}\mathbf{k}\mathbf{r}\right)\right\}$$

Egy módus:

$$\hat{H} = \hbar\omega\left(\hat{a}^{\dagger}\hat{a} + \frac{1}{2}\right) \qquad \left[\hat{a}^{\dagger}, \hat{a}\right] = 1$$

$$\hat{H}\left|n\right\rangle = E_n\left|n\right\rangle, \qquad E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \qquad \left|n\right\rangle$$ Fock-állapot

$$\hat{E} = E_c\left(\hat{X}\cos(\omega t) + \hat{Y}\sin(\omega t)\right) \qquad \hat{X} = \frac{1}{2}\left(\hat{a} + \hat{a}^{\dagger}\right), \quad \hat{Y} = \frac{1}{2\mathbb{i}}\left(\hat{a} - \hat{a}^{\dagger}\right)$$ $\longrightarrow$ fázistér

Nevezetes állapotok

koherens

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle, \qquad \hat{a}\,|\alpha\rangle = \alpha\,|\alpha\rangle$$

összenyomott koherens

$$|\zeta,\alpha\rangle = \hat{D}\,(\alpha)\,\hat{S}\,(\zeta)\,|0\rangle \quad \hat{S}\,(\zeta) = \exp\left(\frac{1}{2}\zeta(\hat{a}^\dagger)^2 - \frac{1}{2}\zeta^*\hat{a}^2\right), \text{ ahol } \zeta = re^{\mathbb{i}\theta}$$

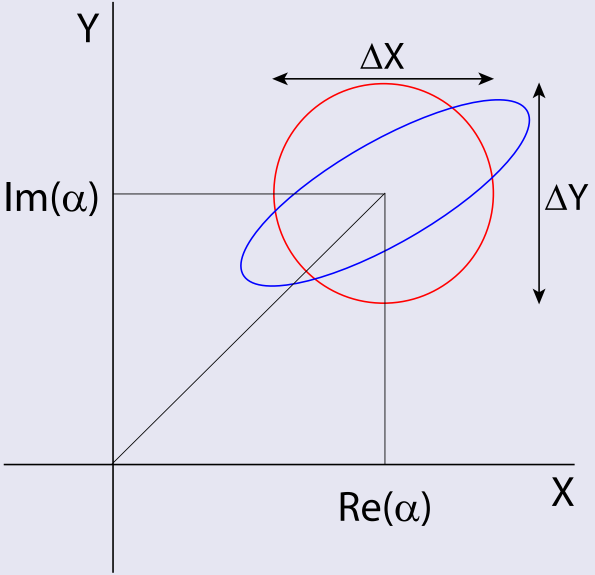
Schrödinger-macska

$$|\mathsf{cat}_\pm\rangle = c'_\pm\,(|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle)$$

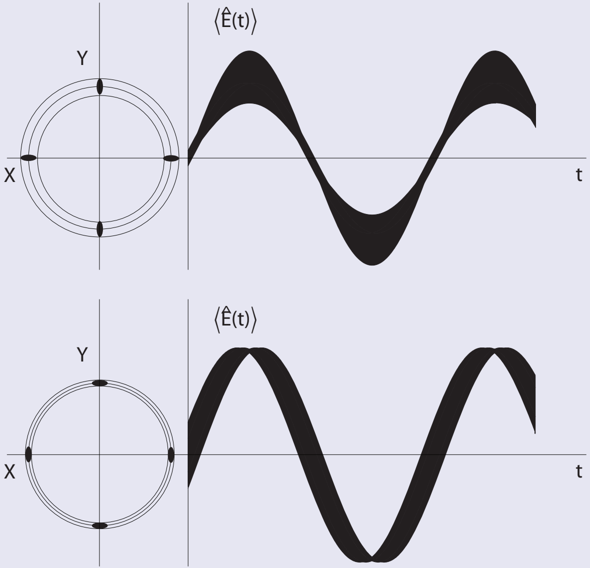
termikus

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} p_n\,|n\rangle\,\langle n|, \;\; p_n \sim \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right)$$

Fázistér



Összenyomott koherens állapot



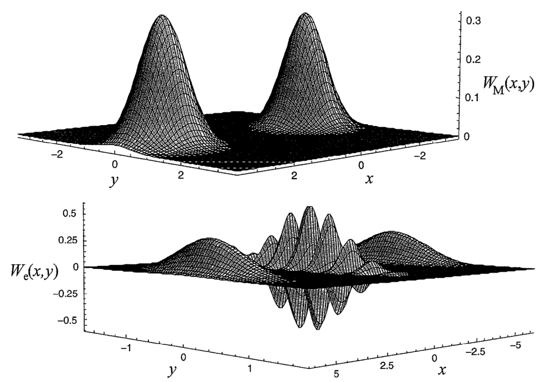
Kvázivalószínűségeloszlás-függvények

P-függvény: $\hat{\rho} = \int P(\alpha)|\alpha\rangle\langle\alpha| d^2\alpha$

Q-függvény: $Q(\alpha) = \frac{1}{\pi}\langle\alpha|\hat{\rho}|\alpha\rangle$

Wigner-függvény: $W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2}\int d^2\eta \exp(\alpha\eta^* - \alpha^*\eta)\mathrm{Tr}\left(\hat{\rho}e^{(\eta\hat{a}^\dagger - \eta^*\hat{a})}\right)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} W_\phi(x,y)dx = |\langle y|\phi\rangle|^2 = |\phi(y)|^2$$



Nemklasszikusság

- Mandel-paraméter:

  $$Q = \frac{(\Delta\widehat{n})^2 - \langle\widehat{n}\rangle}{\langle\widehat{n}\rangle}$$

  Koherens állapot: $|\alpha|^2 = \langle\widehat{n}\rangle = (\Delta\widehat{n})^2$ Poisson-statisztika

  $Q_\alpha = 0$

  $Q < 0$ szubpoisson (amplitudó-összenyomott)

  $Q > 0$ szuperpoisson

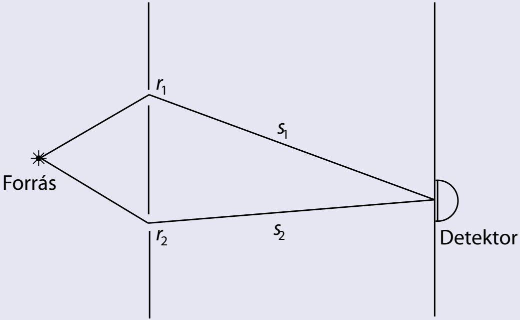
- $W(\alpha)$ negatív

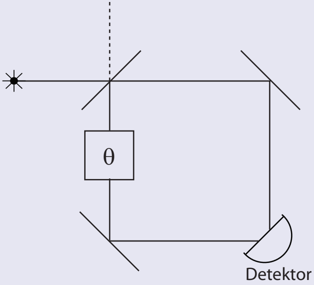
- fotonritkulás (antibunching)

  fotoncsomósodás (bunching)

Klasszikus koherencia

Young-kísérlet





Klasszikus koherencia

Koherenciafüggvények

$$E(\mathbf{r},t) = K_1 E(\mathbf{r}_1,t_1) + K_2 E(\mathbf{r}_2,t_2)$$

$$I(\mathbf{r}) = \langle |E(\mathbf{r},t)|^2 \rangle$$

$$I(\mathbf{r}) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{(I_1 I_2)} Re[K_1 K_2 \gamma^{(1)}(x_1,x_2)] \quad x_i = \mathbf{r}_i t_i$$

$$\gamma^{(1)}(x_1,x_2) = \frac{\langle E^*(x_1) E(x_2) \rangle}{\sqrt{\langle |E(x_1)|^2 \rangle \langle |E(x_2)|^2 \rangle}}$$

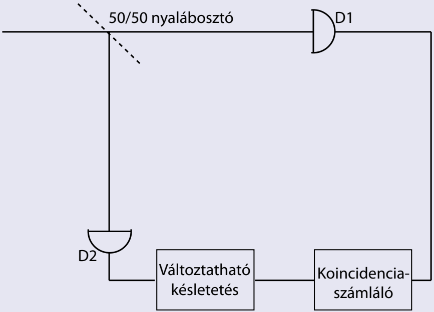
$\gamma^{(1)}$ - elsőrendű normalizált kölcsönös koherencia függvény
$\gamma^{(1)} = 1 \rightarrow$ teljes koherencia $\gamma^{(1)} = 0 \rightarrow$ inkoherens

Kvantum-koherencia függvények

Elsőrendű:

$$G(x_1, x_2) = Tr\left\{\widehat{\rho}\widehat{E}^{(-)}(x_1)\widehat{E}^{(+)}(x_2)\right\}$$

Hanbury-Brown és Twiss kísérlet



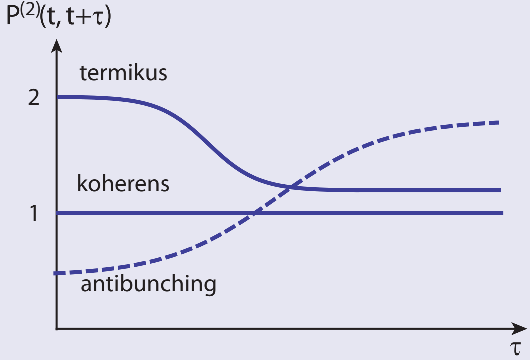
Másodrendű:

$$G^{(2)}\left(x_1, x_2; x_2, x_1\right) = Tr\left\{\hat{\rho}\hat{E}^{(-)}\left(x_1\right)\hat{E}^{(-)}\left(x_2\right)\hat{E}^{(+)}\left(x_2\right)\hat{E}^{(+)}\left(x_1\right)\right\}$$

Fotonritkulás, fotoncsomósodás

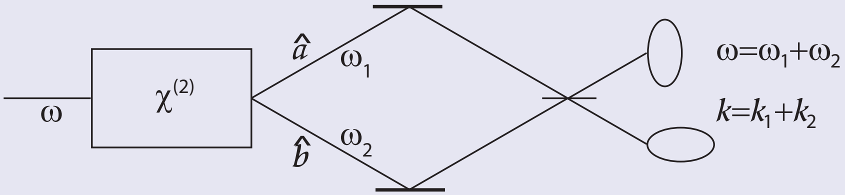
$$P^{(2)}(t, t+\tau) = K\left\langle \hat{I}(t)\,\hat{I}(t+\tau)\right\rangle$$
$$= K\left\langle \hat{I}^2\right\rangle\left[1 + g^{(2)}(\tau)\right]$$

$g^{(2)}(0) > g^{(2)}(\tau)$ —bunching $\qquad$ $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$ —antibunching



Nemklasszikus állapotok generálása I.

nemdegenerált parametrikus lekonverzió



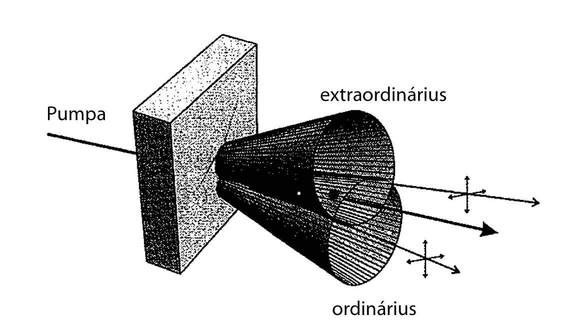
$$\hat{H} = \hbar\omega_1 \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_2 \hat{b}^\dagger \hat{b} + \mathbb{i}\hbar\chi^{(2)} \left[\eta^* \hat{a}\hat{b} - \eta \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger\right]$$

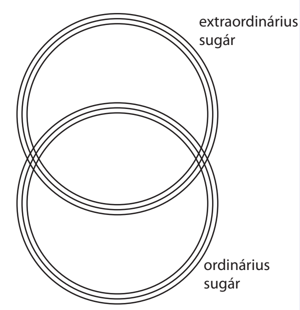
$$|\varphi\rangle_2 = \frac{1}{\cosh r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \, e^{\mathbb{i}n\theta} \, (\tanh r)^n \, |n\rangle|n\rangle$$

$$\hat{\rho}_a = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(\cosh r)^2} \, (\tanh r)^{2n} \, |n\rangle_a \langle n|_a$$

Nemklasszikus állapotok generálása II.

Bell-állapotok keltése

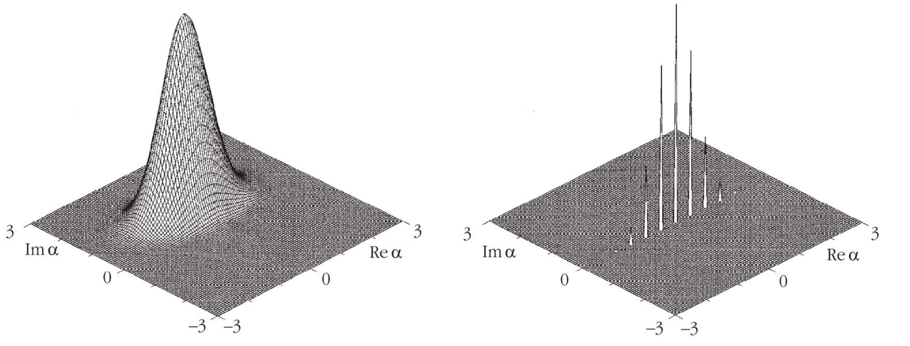




$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|V\rangle|H\rangle + |H\rangle|V\rangle \right)$$

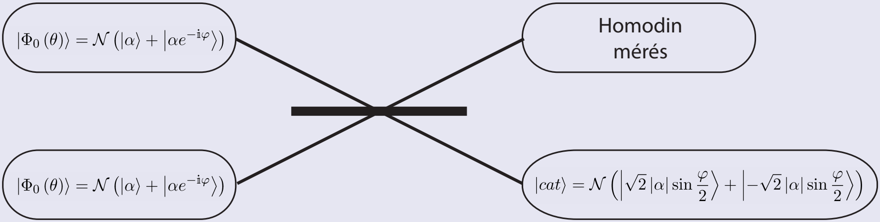
Kvantumállapot tervezés I.

$$|\psi\rangle = \sum_{\alpha_i} c_i \,|\alpha_i\rangle$$



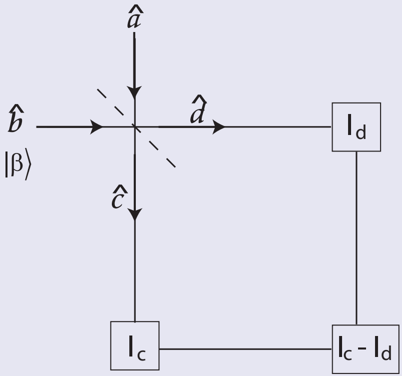
Kvantumállapot tervezés II.

Haladó hullámú Schrödinger-macska genenerálás



Detektálás

Homodin detektálás



$$\beta = |\beta| \, e^{-\mathbb{i}\psi}$$

$$\theta = \psi + \frac{\pi}{2}$$

$$\langle \hat{n} \rangle = 2 \, |\beta| \left\langle \hat{X}\left(\theta\right) \right\rangle$$

$$\left\langle \left(\Delta n_{cd}\right)^2 \right\rangle = 4 \, |\beta|^2 \left\langle \left(\Delta \hat{X}\left(\theta\right)\right)^2 \right\rangle,$$

ahol $\hat{X}\left(\theta\right) = \frac{1}{2}\left(\hat{a}_0 e^{\mathbb{i}\theta} + \hat{a}^\dagger e^{\mathbb{i}\theta}\right)$

Kvantumállapotok rekonstrukciója

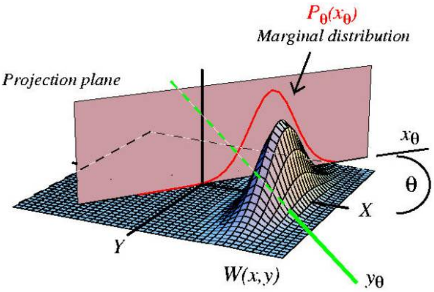
Háttér

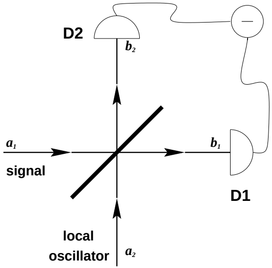
- Mérés: statisztikus értelemben
- Elv:
  1. mérhető operátorok információsan teljes halmaza (quorum)
  2. mérési statisztika minden egyes operátorra
  3. statisztika transzformációja $\rightarrow$ rekonstruált állapot

Előzmények

- W. Pauli, 1933:
  $|\langle q|\psi\rangle|^2 dq$ és $|\langle p|\psi\rangle|^2 dp$ meghatározza-e a $|\psi\rangle$ állapotot?
  Válasz: nem.
- 1980-as évek:
  összenyomott fény előállítása és detektálása homodin módszerrel
- 1989 K. Vogel, H. Risken:
  elforgatott kvadratúrák statisztikája $\Leftrightarrow$ állapot Wigner függvénye

Homodin tomográfia





Wigner függvény

- Elforgatott kvadratúrák:

$$\hat{q}_\theta = \hat{q}\cos\theta + \hat{p}\sin\theta$$

- Statisztikájuk:

$$\mathrm{P}_{\hat{q}_\theta} = \int_{-\infty}^{+\infty} W(q_\theta, p_\theta) dp$$

Radon transzformáció

- Tomográfia

Homodin detektor

- Fázisérzékeny
- Helyi oszc. — lézer
- Fotodióda: jó hatásfok

Módszerek és kísérletek

Módszerek

- Hibák kezelése:
  - Inverz Bernoulli transzformáció
  - Maximum likelihood becslés
- Véges dimenziós rendszerek:
  - Állapotbecslés
  - Kölcsönösen kiegyensúlyozott bázisok (MUB): Wootters, Fields, 1989

Kísérletek

- Optikai homodin tomográfia: Raymer csoport, 1993, Mlynek csoport, 1996
- Ion mozgása csapdában: Wineland csoport, 1996
- He atomok mozgása: Mlynek csoport, 1997
- Optikai összenyomott Schrödinger macska: Grangier csoport, 2007
- 2 szupravezető qubit állapota: Wallraff csoport 2009

Jaynes-Cummings modell I.

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_z + \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\lambda\left(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger\right),$$

ahol $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g|, \quad \hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle e| = \hat{\sigma}_+^\dagger, \quad \hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e|$

$$\langle e|\hat{d}|g\rangle = d, \quad \lambda = \frac{d \cdot g}{\hbar}, \quad g = \left(\frac{\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}\right)^{1/2}$$

1. Megoldás $|\psi(0)\rangle_{atom} = |e\rangle$, $|\psi(0)\rangle_{\text{tér}} = |n\rangle$ kezdőállapotra

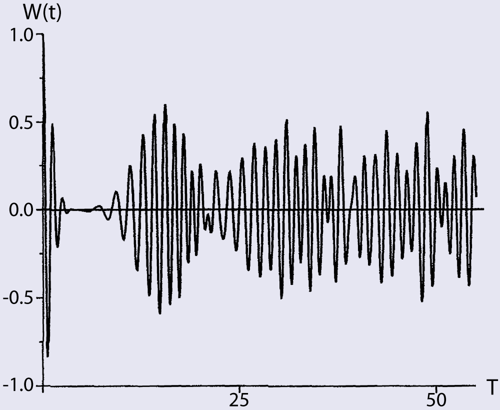
$$W(t) = \langle\psi(t)|\hat{\sigma}_z|\psi(t)\rangle = \cos\left[\Omega(n)\,t\right],$$
$$\Omega(n) = 2\lambda\sqrt{n+1}$$

Rabi-oszcilláció

Jaynes-Cummings modell II.

2. Megoldás $|\psi(0)\rangle_{atom} = |g\rangle$, $|\psi(0)\rangle_{\text{tér}} = \sum_n c_n |n\rangle$ kezdőállapotra

$$W(t) = \sum_n |c_n|^2 \cos(\Omega(n)\, t)$$



Jaynes-Cummings modell III.

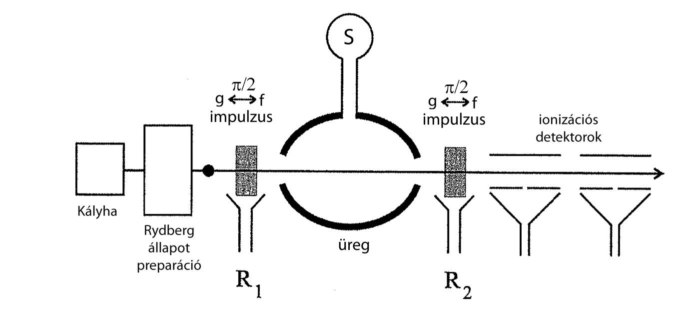
Kísérlet

Rydberg-atom:

- 2-állapotú $N \approx 50$
- nagy dipólmomentum
- hosszú élettartam ($\tau \approx 10^{-1} s$)

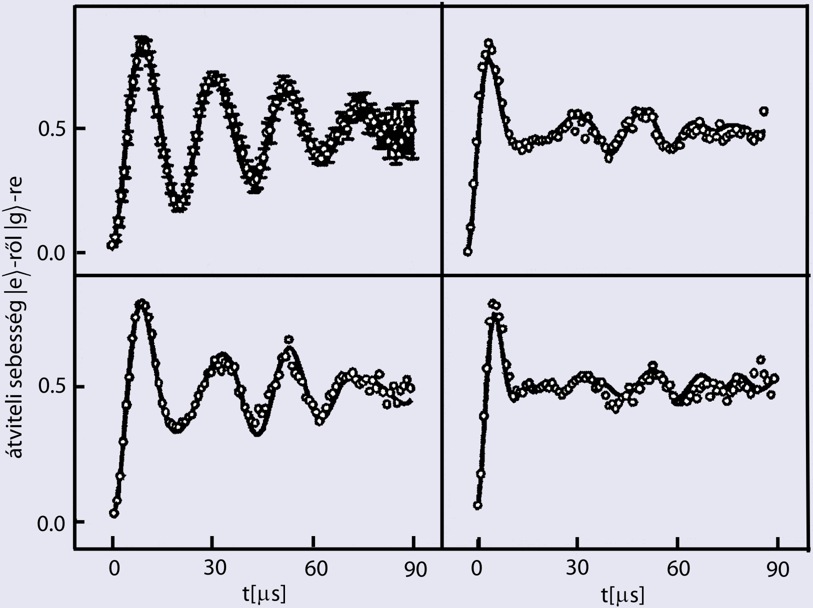
üreg:

- $Q \approx 10^7 - 10^9$, $\kappa = \frac{\omega_0}{Q}$, $\tau_c = \frac{1}{\kappa}$ ($\approx 200 \mu s$)



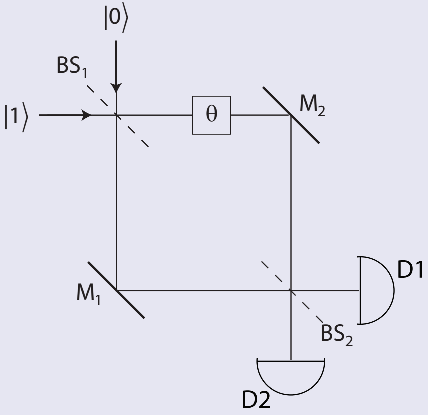
Haroche 1996

Jaynes-Cummings modell IV.



Fundamentális kvantumoptikai kísérletek I.

Egyfoton-interferencia



$$|0\rangle|1\rangle \xrightarrow{BS1} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle|1\rangle + \mathbb{i}|1\rangle|0\rangle\right)$$

$$\xrightarrow{\theta} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{\mathbb{i}\theta}|0\rangle|1\rangle + \mathbb{i}|1\rangle|0\rangle\right)$$

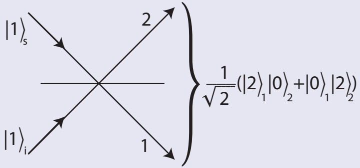
$$\xrightarrow{BS2} \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\left(e^{\mathbb{i}\theta}-1\right)|0\rangle|1\rangle+ \\ \mathbb{i}\left(e^{\mathbb{i}\theta}+1\right)|1\rangle|0\rangle\end{pmatrix}$$

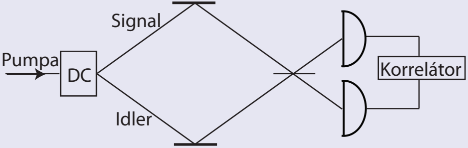
$$P_{D1} = \frac{1}{2}\left(1+\cos\theta\right)$$

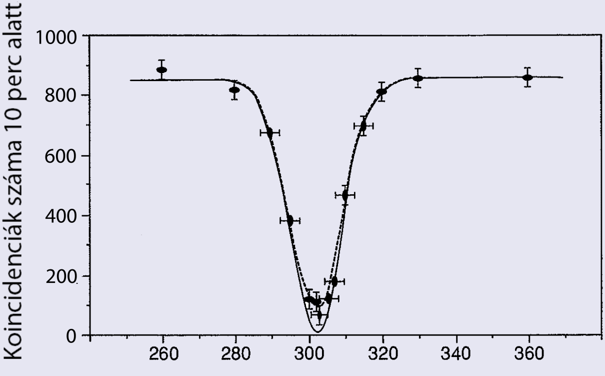
$$P_{D2} = \frac{1}{2}\left(1-\cos\theta\right)$$

Fundamentális kvantumoptikai kísérletek II.

Kétfoton-interferencia

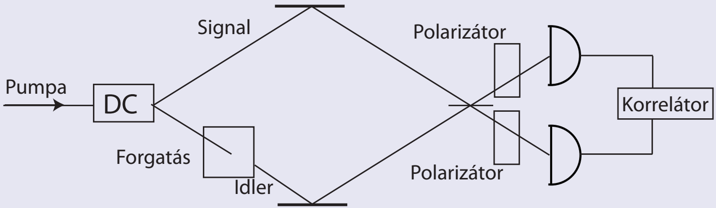






Fundamentális kvantumoptikai kísérletek III.

"Kvantumradír"



$$|\theta\rangle_i = |H\rangle \cos\theta + |V\rangle \sin\theta \Longrightarrow$$

$$|\psi(\pi/2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|H\rangle_1 |V\rangle_2 - |V\rangle_1 |H\rangle_2\right)$$

útinformáció $\longrightarrow$ megkülönböztethető fotonok

$\longrightarrow$ kétfoton-interferencia eltűnik

$$P_{koincidencia} = \frac{1}{2} \sin^2(\theta_2 - \theta_1)$$

Nyitott alapkérdések

Kvantum$\Longleftrightarrow$Klasszikus viszony
Dichotóm XX.sz.-i fizika: terhes kettősség (Bohr, Neumann)

- Csak metafizikai probléma?
- Nem! — emiatt nincs kvantum-gravitációs elmélet
- Megoldás: $\Longrightarrow$ vagy $\Longleftarrow$ vagy $\Longleftrightarrow$
- Zeilinger kísérlet: C_{60} interferencia (1999)

Kvantum nonlokalitás: izgalmas kvantum-korrelációk

- Összefonódottság: $\psi(x, y) \neq \psi(x)\psi(y)$
- Bell nemlokalitás elmélete (1964)
- Aspect kísérlet: Bell-lokalitás tényleg sérül laborban (1981)
- Gisin/Salart kísérlet: két város között is (2008)

Terhes dichotómia 1 - Bohr, (von) Neumann

Zárt kvantum rendszer $\hat{\rho}$ állapota *determinisztikusan és reverzibilisen* fejlődik:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] \ .$$

Csakhogy a $\hat{\rho}(t)$ állapot értelmezéséhez egy külön recept kell, ez a (von) Neumann méréselmélet, mely *statisztikus és irreverzibilis*.
Egy $\hat{A}$ fizikai mennyiség *mérés*e általában véletlenszerű eredményre vezet a $\hat{\rho}$ állapotban. Legyen $\hat{A}$ spektrálfelbontása $\hat{A} = \sum_\lambda A_\lambda \hat{P}_\lambda$, így $p_\lambda = tr(\hat{P}_\lambda \hat{\rho})$ valószínűséggel a mért érték valamelyik A_λ sajátérték, és a *szelektív* mérés utáni állapot

$$\hat{\rho} \rightarrow \frac{1}{p_\lambda} \hat{P}_\lambda \hat{\rho} \hat{P}_\lambda \qquad \textit{kollapszus},$$

a nem-szelektív (átlagolt) mérés utáni pedig

$$\hat{\rho} \rightarrow \sum_\lambda \hat{P}_\lambda \hat{\rho} \hat{P}_\lambda \qquad \textit{'áldott' dekoherencia}.$$

Ezt ma *projektív* mérésnek hívjuk, mert ...

Terhes dichotómia 2 - Bohr, (von) Neumann

... már Neumann is tudta, hogy ezzel egyenértékű az általánosított (nem-projektív, ill. 'életlen') mérés. Ez lehet egy adott $\hat{A}$ mennyiség 'elkent' mérése, de az is lehet, hogy a mérési információ nem köthető egyetlen fizikai mennyiséghez.

Egy *általánosított* mérést egy $\{\hat{M}_\lambda\}$ operátorhalmaz definiál, ahol λ akár diszkrét, akár folytonos index is lehet, az operátorok lehetnek nem-Hermitikusak is, az egyetlen megkötés a normálás:

$$\sum_\lambda \hat{M}_\lambda^\dagger \hat{M}_\lambda = \hat{I}$$

Az így megadott általánosított mérés a $\hat{\rho}$ állapoton $p_\lambda = tr(M_\lambda^\dagger \hat{M}_\lambda \hat{\rho})$ valószínűséggel valamely λ mért értékre vezet, és a mérés utáni állapot

$$\hat{\rho} \to \frac{1}{p_\lambda} \hat{M}_\lambda \hat{\rho} \hat{M}_\lambda^\dagger \quad \text{kollapszus;} \quad \hat{\rho} \to \sum_\lambda \hat{M}_\lambda \hat{\rho} \hat{M}_\lambda^\dagger \quad \text{áldott dekoherencia}$$

A projektív mérés az $\hat{M}_\lambda = \hat{P}_\lambda$ speciális eset. De: minden általánosított mérés megkonstruálható, mint projektív mérés egy, az eredeti kvantum rendszerhez csatolt 'ancilla' rendszeren.

Terhes dichotómia 3 - Feloldások, Q$\Longrightarrow$C

A méréselmélet egy tökéletes kvantum$\Longrightarrow$klasszikus recept, ha a kvantum rendszerünk egy klasszikus kimenetű mérőhöz csatoljuk. Jobb lenne egy Lorentz invariáns dinamikai formalizmus a recept helyett. Ha az egész Univerzum kvantált (pl. kvantumgravitáció) akkor nem marad hely a klasszikus kimenetű mérőnek. Ez utóbbi a végső (és egyetlen komoly) bajunk a (von) Neumann recepttel.

Feloldás, rengeteg javaslat:

- Bohm: determinisztikus trajektóriák, de véletlen kezdeti feltételek
- Everett: egy $|\Psi\rangle$ állapotvektor az Univerzumra de: *sok-világ*
- Zeh-Zurek: környezeti dekoherencia utánozza a mérést
- GRW,Gisin,Dsi: vmely egyetemes dekoherencia utánozza a mérést
- Gell-Mann—Hartle: zárt kvantum rendszerben *dekoherens históriák*
- Fman,Kházi^{FL},Dsi,Prose: gravitációs dekoherencia utánozza a mérést
- Dsi,Prose,Geszti: gravitációs saját-átlagtér 'utánozza' a mérést

Terhes dichotómia 4 - Nyitott rendszer paradigma

A (von) Neumann mérés során $\hat{\rho}$ blokk-diagonálissá válik (áldott dekoherencia), ezt le lehet vezetni a természetes *környezeti* vagy egy egyetemes (hipotetikus) hatásként szokásos unitér dinamikából. A paradigma: *rendszer—tartály* összetett dinamika, másnéven

Nyitott (kvantum) rendszer

$\hat{H}\otimes\hat{I}_R+\hat{I}\otimes\hat{H}_R+\sum_k\hat{A}_k\otimes\hat{R}_k \quad\Rightarrow\quad \hat{U}_t$

$\hat{\rho}\rightarrow\hat{\rho}\otimes\hat{\rho}_R\rightarrow\hat{U}_t\hat{\rho}\otimes\hat{\rho}_R\hat{U}_t^\dagger\rightarrow tr_R(\hat{U}_t\hat{\rho}\otimes\hat{\rho}_R\hat{U}_t^\dagger)=\hat{\rho}(t)$

Born-Markov közelítésben a Lindblad^{GKS} (1976) mászter egy. adódik:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt}=\mathcal{L}\hat{\rho}=-\frac{i}{\hbar}[\hat{H}',\hat{\rho}]-\frac{1}{\hbar^2}\sum_{kl}D_{kl}\left(2\hat{A}_k\hat{\rho}\hat{A}_l-\{\hat{A}_l\hat{A}_k,\hat{\rho}\}\right)$$

$D_{kl}\geq 0$ dekoherencia mátrix. Ha diagonalizálom:

$$-\frac{1}{\hbar^2}\sum_\alpha\left(\hat{L}_\alpha\hat{\rho}\hat{L}_\alpha^\dagger-\frac{1}{2}\{\hat{L}_\alpha^\dagger\hat{L}_\alpha,\hat{\rho}\}\right)$$

Terhes dichotómia 5 - Kvantumos kísérletek 'nehéz' testekkel

Everett (1957): egyetlen $|\Psi\rangle$ állapotvektor az Univerzumra. De mi a legnehezebb test, amire igazoltuk a kvantummechanikát?

- C_{60} molekulasugár diffrakciója rácson
  A Zeilinger (1999) kísérlet az addigi legnagyobb tömegű test térbeli mozgására igazolta a Schrödinger egyenletet. C_{60} nyalábot $(200m/s)$ rácson $(0.1\mu m)$ diffraktáltattak, a környezeti dekoherencia ellenében is. Ha egy C_{60} egyetlen infra-fotont lesugározna, vagy egyetlen környezeti gázmolekulával ütközne, már nem járul hozzá az észlelt interferencia képhez.
- Nano mechanikai oszcillátor alapállapotban
  Nano rezgőnyelv, membrán, 'gyűrű' $(ng/\mu m/GHz$ vagy még nagyobb/ /lassabb) valamilyen kvantum-csatolt rendszerrel lehűthető alapállapot közelébe (mK, sőt μK). Jelenleg lézeres hűtés a legígéretesebb, nagy a verseny ezen belül is. Ha sikerül igazolni a kvantumos viselkedést a környezeti dekoherencia ellenében, akkor kerülhet sor az egyetemes dekoherencia hipotézisek igazolására/elvetésére.

Különös kvantum korrelációk 1

Hozzávalók: Összetett kvantum rendszer, pl. $\mathcal{H}_{\mathcal{AB}} = \mathcal{H}_{\mathcal{A}} \otimes \mathcal{H}_{\mathcal{B}}$, tiszta $|\psi_{AB}\rangle$, vagy általános (kevert) $\hat{\rho}_{AB}$ állapotban, ahol: $|\psi_{AB}\rangle \neq |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$ illetve $\hat{\rho}_{AB} \neq \hat{\rho}_A \otimes \hat{\rho}_B$ ... Lehet A és B ugyanannak az elektronnak pl. a térbeli illetve a spin mozgása. De nem-lokalitás akkor értelmezhető, ha az A és B két, térben elváló, sőt távoli kvantum rendszer.

- Összefonódottság - inkább formális elmélet
  Schrödinger észleli és összefonódottságnak kereszteli. Werner (1989) adja meg a végleges definíciót a *szeparabilitás* fogalmára építve. Peres (1996): az egyetlen direkt összefonódási teszt. Mögöttes matematika: Stinespring (1955).
- Bell nem-lokalitás - inkább fizikai elmélet
  EPR (1935) szerint $|\psi\rangle$ nem ad teljes leírást, $|\psi_{AB}\rangle$ lokális mérésén keresztül érvelnek. Felmerül: Lehetnek rejtett paraméterek? Bell (1964): rejtett paraméterek lehetnének, de sértik a lokalitás elvét melyet éppen Bell önt a *Bell-egyenlőtlenség* alakjába.
- Aspect (1981): 2 távoli (6.5m) foton sérti a Bell^{CHSH} egyenlőtlenséget
- Gisin/Salart (2008): 2 távoli (18km) foton sérti a Bell^{CHSH} $\neq$-et

Különös kvantum korrelációk 1 - Összefonódottság=non-szeparabilitás

Tiszta állapot akkor összefonódott, ha $|\psi_{AB}\rangle \neq |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$. Általános (kevert) állapotra előbb definiáljuk a *szeparabilitás*t.
Minden $\rho(x_A, x_b)$ összetett klasszikus sűrűség szeparábilis, vagyis előállítható korrelálatlan $\rho_A(x_A)\rho_B(x_B)$ sűrűségek súlyozott keverékeként.

A $\hat{\rho}_{AB}$ összetett sűrűségmátrix szeparábilis, ha így írható:

$$\hat{\rho}_{AB} = \sum_\lambda w_\lambda \hat{\rho}_{A\lambda} \otimes \hat{\rho}_{B\lambda}; \qquad w_\lambda > 0, \;\; \sum_\lambda w_\lambda = 1$$

Ha $\hat{\rho}_{AB}$ *nem* szeparábilis, akkor összefonódott (Werner, 1989).

Kapcsolat: nem-teljesen pozitív leképezések létezése (Stinespring, 1955).
szeparábilis=klasszikusan korrelált=nem összefonódott
nem-szeparábilis=kvantum korrelált=összefonódott
Tiszta állapotra visszkapjuk Schrödinger egyszerű kritériumát.
Hogyan kelthető és hogyan nem kelthető összefonódás?

Különös kvantum korrelációk 1 - Összefonódottság E mértéke

…Benedict Miska?

Bell non-lokalitás 1 - Az EPR típusú állapot

...Szabó Laci?

A kvantuminformatikáról

A kvantumvilág megkülönböztető jegye

- Kezdetben: diszkrétség (innen a név)
- Később: x, p határozatlanság, statisztikusság, etc. (megszoktuk)
- Utóbb: kvantum-korrelációk, ψ-ben rejtett információ, Alice+Bob
- Manapság: információ tárolás, kódolás, átvitel, titkosítás ... új távlatai
- A rossz hír: a kísérlet/technológia lemaradt (átkozott dekoherencia)

Kvantuminformációs válogatás

- Hozzávalók (qubit, logikai műveletek, összefonódás, ...)
- 'No-cloning' tétel: kvantum bankjegy, kriptográfia
- Összefonódás, mint erőforrás: szupersűrű kódolás, teleportáció
- Kvantum adattömörítés elmélete (Shannon→Schumacher)
- Kvantum számítógép, algoritmusok

Kvantum informatika 1 - Hozzávalók: Qubit

Qubit=absztrakt TLS, *számítási* bázis: $|0\rangle, |1\rangle$
Megfeleltetés Pauli bázissal: $|0\rangle = |\uparrow\rangle = |L\rangle, |1\rangle = |\downarrow\rangle = |R\rangle$
Sűrűségmátrix (érdemes Pauliban):

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}\hat{I} + \frac{1}{2}\mathbf{s}\hat{\sigma}; \qquad |\mathbf{s}| \leq 1$$

$\mathbf{s}$=polarizációs vagy Bloch vektor=$tr(\hat{\sigma}\hat{\rho})$
Példa: $\hat{\rho} = \hat{I}/2 = \frac{1}{2}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}|1\rangle\langle 1|$ - hogyan preparálhatom?
2-qubit bázis: $|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle$, $|01\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle$, $|10\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle$, $|11\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle$
Összefonódás egysége=1 Bell pár, pl. a szinglet: $\frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$.
Bell-bázis: $\frac{|01\rangle \pm |10\rangle}{\sqrt{2}}$ és $\frac{|00\rangle \pm |11\rangle}{\sqrt{2}}$.
n-qubit bázis: $|\mathrm{x}\rangle = |x_1 x_2 \ldots x_n\rangle = |x_1\rangle \otimes |x_2\rangle \otimes \ldots \otimes |x_n\rangle$
Ha $|\mathrm{x}\rangle$ egy n-qubites *tár*, az összes kezdőállapot szuperponálható bele:

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} |\mathrm{x}\rangle; \qquad N = 2^n \ .$$

A kvantuminformatikáról 2 - 'Nóklóning'

Ismeretlen qubit nem másolható le (Wootters-Zurek 1982). Hiába keresünk unitér leképezést: $|?\rangle \otimes |0\rangle \to |?\rangle \otimes |?\rangle$. Nincs, mert a klónozás nem szögtartó.

Másik bizonyítás:

Alice véletlenszerűen váltakozva H/V-polarizált fotonokat dobál 1. urnába, elkeveri őket. Ugyanezt teszi 2. urnában L/R-polarizált fotonokkal. A két urnát megkapja Bob, mindkét urnában $\hat{\rho} = \hat{I}/2$ a fotonok polarizációs állapota, Bob nem tudhat különbséget tenni a két urna között a (von) Neumann méréselmélet szerint. Ha képes lenne ismeretlen állapotok klónozására, akkor viszont igen! Ez ellentmondás lenne.

További érv:

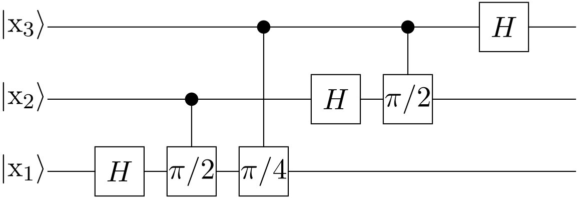
Klónozással $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$ egymástól függetlenül, tetszőleges pontossággal lenne 'mérhető', mintha ugyanazon a qubiten mérném.

Minden elromlik, ha bárhol felfejted a kvantummechanika szövetét.

Shannon 1948:
Ha egy hosszú $x_1x_2x_3\ldots$ véletlenszerű üzenet minden x betűjének eloszlása független és azonosan $\rho(x)$, akkor az üzenet legjobb hűséges tömörítése átlagban betűnként S bitet igényel:

$$S(\rho) = -\sum_x \rho(x)\log\rho(x) \quad \text{Shannon entrópia.}$$

(von) Neumann 1927: $S(\hat\rho) = -tr(\hat\rho\log\hat\rho)$
Schumacher 1995:
Ha egy hosszú véletlenszerű 'kvantum' üzenet $|x_1\rangle\otimes|x_2\rangle\otimes|x_3\rangle\otimes\ldots$ minden $|x\rangle$ betűjének eloszlása független és azonosan $\rho(x)$, akkor a kvantum üzenet legjobb hűséges tömörítése átlagban betűnként $S(\hat\rho)$ qubitet igényel, ahol $\hat\rho$ az 1-betű sűrűségmátrix: $\hat\rho=\sum_x\rho(x)|x\rangle\langle x|$.



$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + \mathrm{e}^{2i\pi 0.x_3}|1\rangle\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + \mathrm{e}^{2i\pi 0.x_2 x_3}|1\rangle\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + \mathrm{e}^{2i\pi 0.x_1 x_2 x_3}|1\rangle\right)$$