Kvantumvilág – emergens klasszikusság és valószínűségi értelmezés

Takács Gábor

ELFT Elméleti Fizikai Iskola
Tihany, 2010. aug. 30. - szept. 3.

Ajánlott irodalom

W.H. Zurek: *Relative States and the Environment: Einselection, Envariance, Quantum Darwinism, and the Existential Interpretation*, arXiv:0707.2832.

W.H. Zurek: *Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical*, Rev. Mod. Phys. 75 (2003) 715-775, arXiv:quant-ph/0105127.

Bevezetés és motiváció

Kísérleti helyzet: nem találunk a kvantumelmélet jóslatainak ellentmondó kísérleti eredményt.

$$\Downarrow$$

Kérdés: gondoljuk végig, hogy a jelenlegi tapasztalatunk összefér-e azzal, ha az egész világ kvantumos.

Mi nem része a kérdésnek?

1. Nem absztrakt metafizikai-filozófiai fejtegetés, hanem „fizika”.
2. Nem (legalábbis szokásos értelemben) a kvantumelmélet interpretációját feszegeti.

Azonban:

1. Az eredmények megszorítják a lehetséges metafizikai, illetve interpretációs opciókat.
2. Bizonyos előfeltevések szükségszerűen befolyásolják a gondolatmenetet.

Történeti előzmények, források

1. Everett $\Rightarrow$ relatív állapot értelmezések családja
   Lényeges összetevő: a kvantumelmélet önmagában is értelmezhető, nem kell előre adott klasszikus fizikai háttér.
2. Dekoherencia (Joos, Zeh): a „preferált bázis" probléma dinamikai megoldása
   interpretáció független, fizikai folyamat $\Rightarrow$ mutatóállapotok („pointer states")
   Zurek: környezet indukálta szuperszelekció
   („einselection" = „environment induced superselection")
3. Valószínűségi értelmezés: a Born szabály levezetése
   Zurek: környezet segítette invariancia
   („envariance" = „environment assisted invariance")
4. A klasszikusság mint emergens tulajdonság
   Zurek: „environment as a witness"

Omnés: a koppenhágai interpretáció teljessé tétele
Zurek: egzisztenciális értelmezés
Deutsch: MWI

Preferált bázis probléma

von Neumann mérés

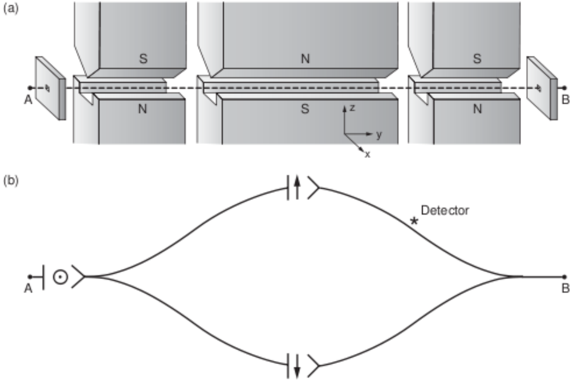
$$
\begin{aligned}
|s_i\rangle|A_0\rangle &\rightarrow |s_i\rangle|A_i\rangle \\
\left(\sum_i C_i|s_i\rangle\right)|A_0\rangle &\rightarrow \sum_i C_i|s_i\rangle|A_i\rangle
\end{aligned}
$$

a végállapot: EPR-szerű összefonódás. Másik bázisban

$$
\sum_i C_i|s_i\rangle|A_i\rangle = \sum_i C_i'|r_i\rangle|B_i\rangle
$$

1. Most akkor mik a kimenetek: A_i vagy B_i?
2. És mik az ő valószínűségeik: $|C_i|^2$ vagy $|C_i'|^2$?
3. Mi határozza meg, hogy mit mér az apparátus?
   Szcintillációs ernyő: pozíció , Stern-Gerlach: spin projekció

Reverzibilis Stern-Gerlach



Bejövő állapot: $|\odot\rangle\langle\odot|$: van interferencia;
$\frac{1}{2}(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|)$: nincs interferencia. NB:

$$|\odot\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$$

$$|\odot\rangle\langle\odot| = \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow| + |\uparrow\rangle\langle\downarrow| + |\downarrow\rangle\langle\uparrow|)$$

Környezeti dekoherencia és mutatóállapotok

Egyszerű apparátus: kvantum bit

$$\mathcal{H}_{\mathcal{A}} = \{a|\Uparrow\rangle + b|\Downarrow\rangle \;:\; a, b \in \mathbb{C}\}$$

Környezet: sok-sok kvantumbit

$$\mathcal{H}_{\mathcal{E}} = \bigotimes_{k=1}^{N} \{\alpha_k|\uparrow\rangle_k + \beta_k|\downarrow\rangle_k \;:\; \alpha_k, \beta_k \in \mathbb{C}\}$$

Hamilton-operátor

$$H_{\mathcal{A}\mathcal{E}} = (|\Uparrow\rangle\langle\Uparrow| - |\Downarrow\rangle\langle\Downarrow|) \bigotimes \sum_k g_k (|\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|)_k$$

Időfejlődés:

$$\begin{aligned}
|\Phi(0)\rangle &= (a|\Uparrow\rangle + b|\Downarrow\rangle) \prod_{k=1}^{N} (\alpha_k|\uparrow\rangle_k + \beta_k|\downarrow\rangle_k) \\
|\Phi(t)\rangle &= a|\Uparrow\rangle|\mathcal{E}_{\Uparrow}(t)\rangle + b|\Downarrow\rangle|\mathcal{E}_{\Downarrow}(t)\rangle
\end{aligned}$$

Környezeti dekoherencia és mutatóállapotok

$$|\mathcal{E}_{\Uparrow}(t)\rangle = |\mathcal{E}_{\Downarrow}(-t)\rangle = \prod_{k=1}^{N} \left(\alpha_k \mathrm{e}^{ig_k t}|\uparrow\rangle_k + \beta_k \mathrm{e}^{-ig_k t}|\downarrow\rangle_k\right)$$

Redukált sűrűségmátrix:

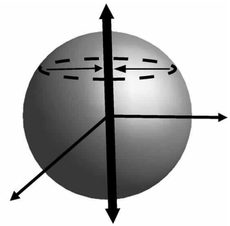
$$\begin{aligned}
\rho_{\mathcal{A}} &= \mathrm{Tr}_{\mathcal{E}}|\Phi(t)\rangle\langle\Phi(t)| \\
&= |a|^2|\Uparrow\rangle\langle\Uparrow| + b^2|\Downarrow\rangle\langle\Downarrow| \\
&+ ab^* r(t)|\Uparrow\rangle\langle\Downarrow| + a^* b r(t)^*|\Downarrow\rangle\langle\Uparrow| \\
r(t) &= \prod_{k=1}^{N}\left[\cos 2g_k t + i(|\alpha_k|^2 - |\beta_k|^2)\sin 2g_k t\right] \\
|r(t)|^2 &\simeq 2^{-N}\prod_{k=1}^{N}\left[1 + (|\alpha_k|^2 - |\beta_k|^2)^2\right] \quad \text{ha} \quad g_k t \gg 1\ \forall k
\end{aligned}$$

Mutatóállapotok:

$$|\Uparrow\rangle \qquad \text{és} \qquad |\Downarrow\rangle$$

Klasszikus tartomány és kvantum halo

$$\begin{aligned}\rho_{\mathcal{A}} &= |a|^2|\Uparrow\rangle\langle\Uparrow| + b^2|\Downarrow\rangle\langle\Downarrow| \\ &= +ab^* r|\Uparrow\rangle\langle\Downarrow| + a^* b r^*|\Downarrow\rangle\langle\Uparrow| \\ & x = \Re e\, ab^* r \quad , \quad x = \Im m\, ab^* r \\ & z = |a|^2 - |b|^2\end{aligned}$$



Bloch gömb

Einselection: „környezet indukálta szuperszelekció"
A mutatóállapotok kezdeti szuperpozíciója igen gyorsan kevert állapottá fejlődik:

$$\Phi_{\mathcal{A}} = a|\Uparrow\rangle + b|\Downarrow\rangle \to \rho_{\mathcal{A}} \simeq |a|^2|\Uparrow\rangle\langle\Uparrow| + b^2|\Downarrow\rangle\langle\Downarrow|$$

Mutatóállapotok: a dekoherenciának ellenálló bázisvektorok. Itt:

$$[H_{\mathcal{A}\mathcal{E}}, |\Uparrow\rangle\langle\Uparrow|] = 0 = [H_{\mathcal{A}\mathcal{E}}, |\Downarrow\rangle\langle\Downarrow|]$$

(erős dekoherencia esete).

Quantum Brown mozgás

$$L = \frac{M}{2}\left(\dot{x}^2 - \Omega_0^2 x^2\right) + \sum_k \frac{m_k}{2}\left(\dot{q}_k^2 - \omega_k^2\left(q_k - \frac{c_k x}{m_k\omega_k^2}\right)^2\right)$$

$$C(\omega) = \sum_k \frac{c_k^2}{2m_k\omega_k}\delta(\omega-\omega_k) \text{ e.g. } = 2M\gamma_0\frac{\omega}{\pi}\frac{\Gamma^2}{\Gamma^2+\omega^2}$$

Környezet: T hőmérséklet. Közelítés: T legyen nagy

$$\dot{\rho}_S(x,x') = -\frac{i}{\hbar}[H_{\text{ren}},\rho_{\mathcal{S}}] - \gamma(x-x')(\partial_x - \partial_{x'})\rho_{\mathcal{S}} - D(x-x')^2\rho_S$$

$$\Omega_{\text{ren}}^2 = \Omega^2 - \frac{2\gamma_0\Gamma^3}{\Gamma^2+\Omega^2} \quad , \quad \gamma = \frac{\gamma_0\Gamma^2}{\Gamma^2+\Omega^2} \quad , \quad D = \frac{2M\gamma k_B T}{\hbar^2}$$

Dekoherencia és relaxációs idő:

$$\tau_D^{-1} = D(x-x')^2 \qquad , \qquad \tau_r^{-1} = \gamma$$

$T = 300$ K, $x - x' = 1\,\mu$m, $M = 10^{-5}$ g: $\qquad \tau_D \approx 10^{-27}\tau_\gamma$

Azaz: elég nagy objektum símán lehet dekoherált (klasszikus) és egyben igen jó közelítéssel reverzibilis dinamikájú!

Dekoherencia a fázistérben

Wigner-függvény

$$W(x,p) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int dy e^{ipy/\hbar}\rho\left(x+\frac{y}{2}, x-\frac{y}{2}\right)$$

$$\begin{array}{rcl} \partial_t W & = & [H_{\mathrm{ren}}, W]_{\mathrm{MB}} + 2\gamma\partial_p(pW) + D\partial_{pp}W \\ [\cdot,\cdot]_{\mathrm{MB}} & \to & \{\cdot,\cdot\}_{\mathrm{PB}} \qquad \hbar \to 0 \end{array}$$

Nagy objektum:

$$D \propto R^2 \qquad , \qquad \gamma = \frac{\eta}{2M} \propto \frac{R^2}{R^3} = 1/R$$

lehet egyszerre klasszikus és reverzibilis (Joos & Zeh).
Mutató állapotok: koherens állapot

$$\Delta x^2 = \frac{\hbar}{2M\Omega} \qquad , \qquad \Delta p^2 = \frac{\hbar M\Omega}{2}$$

Tipikus dekoherencia ráták

Joos & Zeh, 1985

$$\tau = \frac{1}{D\Delta x^2}$$

D (cm^{-2}sec^{-1})	$a = 10^{-3} cm$ por	$a = 10^{-5} cm$ por	$a = 10^{-6} cm$ nagy molekula
Kozmikus háttérsug.	10^{6}	10^{-6}	10^{-12}
Szobahőm. sug. tér	10^{19}	10^{12}	10^{6}
Napfény (földfelszín)	10^{21}	10^{17}	10^{13}
Levegő	10^{36}	10^{32}	10^{30}
Labor vákuum (10^6/cm^3)	10^{23}	10^{19}	10^{17}

1. Ha van fundamentális (nem-környezeti) dekoherencia, akkor az nehezen ellenőrizhető – a környezeti dekoherencia egy **létező fizikai effektus** (nem hipotézis)
2. Fundamentális dekoherenciát (pl. GRW) imitálni tudja. (Segít, ha a fund. dekoherencia valamilyen ismert fizikai jelenséghez – pl. gravitáció – köthető).

QM axiómák I.

(o) Az Univerzum rendszerekből áll.

Enélkül a probléma fel se merül: nincs megfigyelő, Schrödinger egyenlet pedig determinisztikus, nincs probléma a kimenetellel („outcome problem”).

(i) Szuperpozíció elve: a kvantumrendszer állapotát egy $\mathcal{H}_S$ Hilbert tér vektorai reprezentálják.

(ii) Unitaritás: az időfejlődés unitér (Schrödinger egyenlet).

(iii) A mérés azonnal megismétlése ugyanazt a kimenetelt adja.

Itt a mérés idealizált („non-demolition”).
Állapot fogalma: szerepe a jósolhatóság, a legprimitívebb követelmény: tudjuk ellenőrizni tudjuk, melyik állapotban van.

QM axiómák II.

(iv) Kollapszus posztulátum: a mérés kimenetele egy ortonormális bázis elemeinek egyike (a mért megfigyelhető sajátállapota).

$\Rightarrow$ egy teljesen ismeretlen állapotot nem tudunk kitalálni (vö. klasszikus fizika).
Csakhogy: (i,ii) axióma következménye

$$|s_k\rangle|A_0\rangle \quad \to \quad |s_k\rangle|A_k\rangle$$

$$|\psi_S\rangle|A_0\rangle \quad = \quad \left(\sum_k a_k|s_k\rangle\right)|A_0\rangle \to \sum_k a_k|s_k\rangle|A_k\rangle$$

(iv) inkonzisztens (i,ii)-vel.

- Koppenhágai interpretáció: kvantumelmélet korlátozott, kollapszus a kvantum-klasszikus határon.
- Relatív-állapot (Everett) interpretáció: kollapszus nem fizikai folyamat, az univerzális hullámfüggvény adott ágára relatív.

Quantum axiómák III.

(v) Born-szabály: a k kimenetel valószínűsége

$$p_k = |\langle s_k|\psi_S\rangle|^2 = |a_k|^2$$

CI: (o-v) mind kell, explicit kvantum-klasszikus határ az interpretációban.

RSI: Everett elfogadta (o-iii)-at, (iv)-ben kollapszus helyett relatív állapot interpretáció.

(v)-öt megpróbálta levezetni, de: cirkularitás!

Zurek: (o-iii): axióma

(iv): dekoherencia $\Rightarrow$ mutatóállapotok.

(v): környezet $\Rightarrow$ envariancia.

Klasszikalitáshoz még több kell: redundáns környezeti másolatok („redundant environmental records”, „kvantum Darwinizmus”).

Kvantum klónozás

Információáramlás $\mathcal{S} \to \mathcal{E}$:

$$|s_k\rangle|\varepsilon_0\rangle \longrightarrow |s_k\rangle|\varepsilon_k\rangle$$

Tegyük fel, hogy ez megy tetszőleges kiinduló állapottal:

$$\text{Linearitás} \quad : \quad |\psi_S\rangle|\varepsilon_0\rangle = \left(\sum_k a_k|s_k\rangle\right)|\varepsilon_0\rangle \to \sum_k a_k|s_k\rangle|\varepsilon_k\rangle = |\Psi_{\mathcal{S}\mathcal{E}}\rangle$$

$$\text{Norma} \quad : \quad \Re e \sum_{j,k} a_j^* a_k \langle s_j|s_k\rangle = \Re e \sum_{j,k} a_j^* a_k \langle s_j|s_k\rangle\langle\varepsilon_j|\varepsilon_k\rangle$$

$\forall\{a_j\}$:

$$\langle s_j|s_k\rangle\left(1 - \langle\varepsilon_j|\varepsilon_k\rangle\right) = 0$$

Tehát az $|s_k\rangle$ kimeneteli állapotok ortogonálisak kell legyenek, hacsaknem $\langle\varepsilon_j|\varepsilon_k\rangle = 1$ (de akkor meg nem különböztethetők meg a kimenetek).

Tökéletes másolat (klónozás):

$$\langle s_j|s_k\rangle = \langle\varepsilon_j|\varepsilon_k\rangle = \delta_{jk}$$

Egy ortonormált bázis elemei tehát tökéletesen klónozhatók.

Klónozás kevert állapottal

Unitér időfejlődés megőrzi a sűrűségmátrixok skalárszorzatát:

$$\left(\rho,\rho'\right) = \mathrm{Tr}\rho\rho'$$

Ha

$$|s_j\rangle\langle s_j|\rho_{\mathcal{E}} \to |s_j\rangle\langle s_j|\rho_{\mathcal{E}|j}$$

akkor

$$\mathrm{Tr}\left(|s_j\rangle\langle s_j|\rho_{\mathcal{E}}\right)\left(|s_k\rangle\langle s_k|\rho_{\mathcal{E}}\right) = \mathrm{Tr}\left(|s_j\rangle\langle s_j|\rho_{\mathcal{E}|j}\right)\left(|s_k\rangle\langle s_k|\rho_{\mathcal{E}|k}\right)$$

azaz

$$|\langle s_j|s_k\rangle|^2\left(\mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{E}}^2 - \mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{E}|j}\rho_{\mathcal{E}|k}\right) = 0$$

Két lehetőség:

$$\begin{array}{ll} (1) & |\langle s_j|s_k\rangle|^2 = 0 \\ (2) & \mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{E}}^2 - \mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{E}|j}\rho_{\mathcal{E}|k} = 0 \Rightarrow \rho_{\mathcal{E}|j} = \rho_{\mathcal{E}|k} \text{ (Schwartz)} \end{array}$$

von Neumann láncok

Nem kell „szigorú ismételhetőség'', elég

$$|s_k\rangle|\varepsilon_0\rangle \longrightarrow |\tilde{s}_k\rangle|\varepsilon_k\rangle$$

sőt még $\langle s_j|s_k\rangle = \langle\tilde{s}_j|\tilde{s}_k\rangle$ se, elég ha megkülönböztethetők a kimenetek:

$$|\langle\tilde{s}_j|\tilde{s}_k\rangle| < 1$$

Ugyanis: tipikus mérés soklépcsős összefonódással jár

$$\begin{aligned} |v\rangle|A_0\rangle|B_0\rangle\ldots|E_0\rangle &\longrightarrow |\tilde{v}\rangle|A_v\rangle|B_0\rangle\ldots|E_0\rangle \\ &\longrightarrow |\tilde{v}\rangle|\tilde{A}_v\rangle|B_v\rangle\ldots|E_0\rangle \\ &\longrightarrow |\tilde{v}\rangle|\tilde{A}_v\rangle|\tilde{B}_v\rangle\ldots|E_v\rangle \end{aligned}$$

De: időfejlődés unitaritása miatt

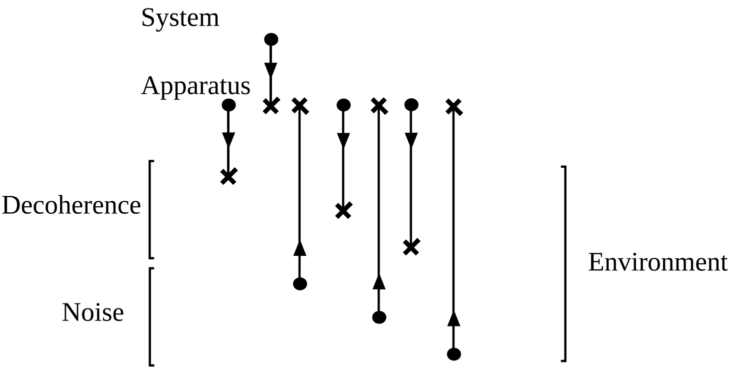
$$\langle v|w\rangle = \langle\tilde{v}|\tilde{w}\rangle\langle\tilde{A}_v|\tilde{A}_w\rangle\langle\tilde{B}_v|\tilde{B}_w\rangle\ldots\langle E_v|E_w\rangle$$

Minél több és pontosabb másolat készülhet, annál kisebb kell legyen $\langle v|w\rangle$: az „einszelektált'' (mutató)állapotok ortogonálisak!

Predictability killed the Schrödinger cat!

Nem kell ehhez Born-szabály (redukált ρ-k álcájában sem!)

Dekoherencia és zaj



Envariancia

Envariance = environment assisted invariance. Példa: tiszta összefonódott állapot Schmidt dekompozíciója

$$|\psi_{\mathcal{SE}}\rangle = \sum_{k=1}^{N} a_k |s_k\rangle|\varepsilon_k\rangle$$

Fázistrafó envariáns:

$$u_{\mathcal{S}} = \sum_{k=1}^{N} \mathrm{e}^{i\phi_k} |s_k\rangle\langle s_k|$$

$$(u_{\mathcal{S}} \otimes \mathbb{I}_{\mathcal{E}})\, |\psi_{\mathcal{SE}}\rangle = \sum_{k=1}^{N} a_k \mathrm{e}^{i\phi_k} |s_k\rangle|\varepsilon_k\rangle$$

ugyanaz, mint a csak a környezeten végrehajtott $\mathbb{I}_{\mathcal{S}} \otimes u_{\mathcal{E}}$ trafóé, ahol

$$u_{\mathcal{E}} = \sum_{k=1}^{N} \mathrm{e}^{i\phi_k} |\varepsilon_k\rangle\langle \varepsilon_k|$$

Azaz a Schmidt állapotok fázisa megváltoztatható úgy, hogy közben $\mathcal{SE}$ állapota ugyanaz marad, és $\mathcal{S}$-hez még hozzá se nyúltunk!

Explicit előfeltevések

(1) Csak olyan unitér trafó változtatja meg $\mathcal{S}$ állapotát, ami hat is $\mathcal{S}$-en, azaz a

$$\cdots \otimes \mathbb{I}_{\mathcal{S}} \otimes \ldots$$

alakú trafók nem!

(2) Ha adott a mért megfigyelhető (a hozzá tartozó $\{|s_k\rangle\}$ mutatóbázis formájában), akkor a mérés kimenetelét kizárólag $\mathcal{S}$ állapota határozza meg.

(3) Ha $\mathcal{S}$ egy nagyobb rendszer ($\mathcal{SE}$) alrendszere, akkor $\mathcal{S}$ állapotát teljes mértékben meghatározza az, ha megadjuk $\mathcal{SE}$ állapotát.

\+ Implicit előfeltevés: valószínűségi értelmezést keresünk!

Állítás: (o-iii) + (1-3) $\Rightarrow$ Born-szabály!

Envariáns cserék

Ha

$$|\psi_{\mathcal{S}\mathcal{E}}\rangle = \sum_{k=1}^{N} a_k |s_k\rangle|\varepsilon_k\rangle$$

és $|a_n| = |a_m|$, akkor létezik egy „envariant swap”:

$$u_{\mathcal{S}}(n \rightleftharpoons m) = |s_n\rangle\langle s_m| + |s_m\rangle\langle s_n| + \mathbb{I}_{\mathcal{S}\setminus nm}$$

ugyanis ehhez van egy „counterswap”:

$$u_{\mathcal{E}}(n \rightleftharpoons m) = e^{i(\phi_n - \phi_m)}|\varepsilon_n\rangle\langle\varepsilon_m| + e^{-i(\phi_m - \phi_n)}|\varepsilon_m\rangle\langle\varepsilon_n| + \mathbb{I}_{\mathcal{E}\setminus nm}$$

úgy, hogy $(u_{\mathcal{S}} \otimes u_{\mathcal{E}})\,|\psi_{\mathcal{S}\mathcal{E}}\rangle = |\psi_{\mathcal{S}\mathcal{E}}\rangle$

Born szabály

$$|\psi_{\mathcal{SE}}\rangle = \alpha|0\rangle|\varepsilon_0\rangle + \beta|1\rangle|\varepsilon_1\rangle \quad \alpha = \sqrt{\frac{m}{M}} \quad \beta = \sqrt{\frac{M-m}{M}}$$

Tegyük fel, hogy $\mathcal{E}$ elég nagy ahhoz, hogy dekomponálhassuk $|\varepsilon_i\rangle$-t egy másik ortonormált bázisban:

$$|\varepsilon_0\rangle = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{\sqrt{m}}|e_k\rangle \qquad , \qquad |\varepsilon_1\rangle = \sum_{k=m+1}^{M} \frac{1}{\sqrt{M-m}}|e_k\rangle$$

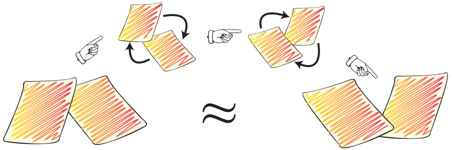
és vezessünk be egy $\mathcal{C}$ segédrendszert („ancilla”), ami csak $\mathcal{E}$-vel hat kölcsön, miután $|\psi_{\mathcal{SE}}\rangle$ már megvan:

$$\begin{aligned} |\Psi_{\mathcal{SEC}}\rangle &\propto \sqrt{m}|0\rangle \sum_{k=1}^{m} \frac{|c_k\rangle|e_k\rangle}{\sqrt{m}} + \sqrt{M-m}|0\rangle \sum_{k=m+1}^{M} \frac{|c_k\rangle|e_k\rangle}{\sqrt{M-m}} \\ &= \sum_{k=1}^{m} |0, c_k\rangle|e_k\rangle + \sum_{k=m+1}^{M} |1, c_k\rangle|e_k\rangle \end{aligned}$$

Envariancia: $\mathcal{SC}$ kimenetelekre $p_{0,k} = p_{1,k} = 1/M$

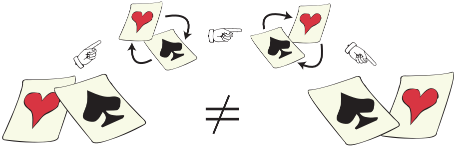
$$p_0 = \frac{m}{M} = |\alpha|^2 \quad , \quad p_1 = \frac{M-m}{M} = |\beta|^2$$

a)



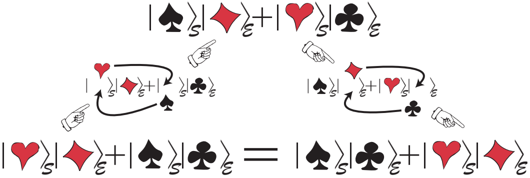
Klasszikusan az invariancia eredete: szubjektív tudatlanság (Laplace)

b)



Kvantumosan az envariancia eredete: objektív szimmetria!

c)



Gyakoriságok relatív állapotokból

N kópia ugyanabból a mérésből: a végállapotbeli hullámfüggvény

$$|\Upsilon^N_{\mathcal{SEC}}\rangle = \bigotimes_{l=1}^{N} |\Psi^{(l)}_{\mathcal{SEC}}\rangle$$

M^N envariánsan swappelhető „Everett-ága" van. Ebből azok száma, ahol n „0" kimenet és $N-n$ „1" kimenet van:

$$\nu_N(n) = \binom{N}{n} m^n (M-m)^{N-n}$$

(„number of fine-grained records"). Ezért

$$p_N(n) = \binom{N}{n} |\alpha|^{2n} |\beta|^{2(N-n)} \simeq \frac{\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n-|\alpha|^2 N}{\sqrt{N}|\alpha\beta|}\right)}}{\sqrt{2\pi N}|\alpha\beta|}$$

„Maverick branches": jelen vannak, de nagyon kicsi a valószínűségük!

Mérések

Kimenetek: műszer mutatóállapotai.
Azt, hogy mit mér a műszer, az határozza meg, hogy a mérés felépítése milyen fizikai mennyiséget köt egy végső soron dekoherált „kijelző" változóhoz.
Két tipikus választás a kijelzőre:

1. Térbeli pozíció (mutató, ernyőszemcse etc.)

$$H_{\mathcal{A}\mathcal{E}} = V(\{q_k\}, x) \Rightarrow [x, H_{\mathcal{A}\mathcal{E}}] = 0$$

   Példa: Stern-Gerlach

2. Elektromos feszültség (környezeti töltések dekoherálják)

$$H_{\mathcal{A}\mathcal{E}} = \int dx \rho_{\mathcal{E}}(x) \Phi_{\mathcal{A}}(x) \Rightarrow [\Phi_{\mathcal{A}}(x), H_{\mathcal{A}\mathcal{E}}] = 0$$

Mivel a mutatóváltozónak van saját dinamikája is (ld. q-Brown), ezért tipikusan a mutatóállapot koherens állapot lesz.
Nem minden önadjungált operátor mérhető (tipikusan igen kis részük)!

Emergens klasszikusság

Klasszikusság (Zurek: „objective existence”)

Klasszikusan viselkedő változók tulajdonságai:

1. Preferált bázis (Schrödinger macskák gyorsan halnak)
   megvan: dekoherencia → einszelekció → mutatóállapotok
2. Több megfigyelő megmérheti az értéküket, és azonos eredményre jut
   mechanizmus: környezet mint tanú („record keeping”)
3. Ezen változók története objektív (irreverzibilitás; a múlt nem változtatható meg)
4. A klasszikus változók dinamikája lokális és determinisztikus (LDM; káosz és determinizmus)

Objektív itt a klasszikus objektum-szerűséget jelenti, nem a „tudatunktól való függetlenséget”.
A tudat az egész megfontolásban semmilyen szerepet sem játszik! (kontra Wigner)

Entrópia és kölcsönös infó

von Neumann entrópia

$$H(\rho) = -\mathrm{Tr}\rho \log \rho$$

Kapcsolat a Shannon-entrópiával:

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_k p_k |\pi_k\rangle\langle\pi_k| \\ H(\rho) &= H(p_k) = -\sum_k p_k \log p_k \end{aligned}$$

Kölcsönös infó

$$\begin{aligned} I(\mathcal{S}:\mathcal{A}) &= H(\mathcal{S}) + H(\mathcal{A}) - H(\mathcal{S}\mathcal{A}) \\ \text{Klasszikus} \quad &: \quad H(\mathcal{S}) = -\sum_k p(s_k) \log p(s_k) \quad , \quad H(\mathcal{A}) = -\sum_l p(A_l) \log p(A_l \\ & \quad\;\; H(\mathcal{S}\mathcal{A}) = -\sum_{k,l} p(s_k A_l) \log p(s_k A_l) \\ \text{Kvantum} \quad &: \quad H(\mathcal{S}) = -\mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{S}} \log \rho_{\mathcal{S}} \quad , \quad H(\mathcal{A}) = -\mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{A}} \log \rho_{\mathcal{A}} \\ & \quad\;\; H(\mathcal{S}\mathcal{A}) = -\mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{S}\mathcal{A}} \log \rho_{\mathcal{S}\mathcal{A}} \\ & \quad\;\; \rho_{\mathcal{S}} = \mathrm{Tr}_{\mathcal{A}}\rho_{\mathcal{S}\mathcal{A}} \quad , \quad \rho_{\mathcal{A}} = \mathrm{Tr}_{\mathcal{S}}\rho_{\mathcal{S}\mathcal{A}} \end{aligned}$$

Kölcsönös infó és feltételes entrópia

Klasszikus esetben ez kapcsolódik a feltételes entrópiával:

$$\begin{aligned} H(\mathcal{S}\mathcal{A}) &= H(\mathcal{A}) + H(\mathcal{S}|\mathcal{A}) = H(\mathcal{S}) + H(\mathcal{A}|\mathcal{S}) \\ I(\mathcal{S}:\mathcal{A}) &= H(\mathcal{S}) - H(\mathcal{S}|\mathcal{A}) = H(\mathcal{A}) - H(\mathcal{A}|\mathcal{S}) \end{aligned}$$

Feltételes entrópia: mi az, amit nem tudunk $\mathcal{S}$-ről, ha már $\mathcal{A}$ állapotát ismerjük?

$$H(\mathcal{S}|\mathcal{A}) = \sum_l p(A_l) \left(-\sum_k p(s_k|A_l) \log p(s_k|A_l) \right)$$

Kvantumosan ez nem ilyen egyszerű, ehhez bázis kell!

$$\rho_{\mathcal{S}|A_l\rangle} = \frac{\langle A_l|\rho_{\mathcal{S}\mathcal{A}}|A_l\rangle}{\mathrm{Tr}_{\mathcal{S}}\langle A_l|\rho_{\mathcal{S}\mathcal{A}}|A_l\rangle}$$

$$H\left(\mathcal{S}|\left\{|A_l\rangle\right\}\right) = \sum_l p(A_l) \left(-\mathrm{Tr}\rho_{\mathcal{S}|A_l\rangle} \log \rho_{\mathcal{S}|A_l\rangle} \right)$$

Kérdés: mennyi infót nyerünk $\mathcal{S}$-nek a $|s_k\rangle$ bázis által megadott megfigyelhető mennyiségéről, ha megmérjük $\mathcal{A}$ $|A_k\rangle$ bázis által megadott megfigyelhető mennyiségét?

Kvantum diszkord

$$\begin{aligned} p(|s_k\rangle, |A_l\rangle) &= \langle s_k A_l|\rho_{\mathcal{SA}}|s_k A_l\rangle \\ p(|s_k\rangle) &= \mathrm{Tr}_{\mathcal{A}}\langle s_k|\rho_{\mathcal{SA}}|s_k\rangle \\ p(|A_l\rangle) &= \mathrm{Tr}_{\mathcal{S}}\langle A_l|\rho_{\mathcal{SA}}|A_l\rangle \end{aligned}$$

Válasz a kérdésre: Shannon kölcsönös infó

$$I\left(\{|s_k\rangle\} : \{|A_l\rangle\}\right) = H\left(\{|s_k\rangle\}\right) + H\left(\{|A_l\rangle\}\right) - H\left(\{|s_k\rangle, |A_l\rangle\}\right)$$

Tétel:

$$I(\mathcal{S} : \mathcal{A}) \geq I\left(\{|s_k\rangle\} : \{|A_l\rangle\}\right)$$

egyenlőség csak akkor, ha a két megfigyelhető speciális, és $\rho_{\mathcal{SA}}$ sajátállapotai nincsenek összefonódva!

Kevert Shannon-Neumann entrópia

$$J\left(\mathcal{S} : \{|A_l\rangle\}\right) = H(\mathcal{S}) - H\left(\mathcal{S}|\,\{|A_l\rangle\}\right)$$

Kvantum diszkord:

$$\delta I\left(\mathcal{S} : \{|A_l\rangle\}\right) = I\left(\mathcal{S} : \mathcal{A}\right) - J\left(\mathcal{S} : \{|A_l\rangle\}\right) \geq 0$$

Kvantum diszkord (folytatás)

A kvantum diszkord a korrelációk kvantumosságát méri. Van olyan bázis, amiben eltűnik:

$$\min_{\{|A_l\rangle\}} \delta I\left(\mathcal{S} : \{|A_l\rangle\}\right) = 0$$

Feltétel:

$$[\rho_{\mathcal{SA}}, |A_l\rangle\langle A_l|] = 0 \qquad \forall l$$

Lehet, hogy a korreláció csak az egyik irányból „hozzáférhető”, pl:

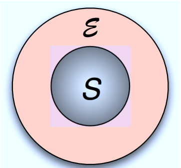
$$\begin{aligned} \rho_{\mathcal{SA}} \quad &= \quad \frac{1}{2}\left(|\uparrow\rangle\langle\uparrow||A_{\uparrow}\rangle\langle A_{\uparrow}| + |\nearrow\rangle\langle\nearrow||A_{\nearrow}\rangle\langle A_{\nearrow}|\right) \\ \text{és} \quad & \quad \langle A_{\nearrow}|A_{\uparrow}\rangle = 0 \quad \text{de} \quad \langle\uparrow|\nearrow\rangle \neq 0 \end{aligned}$$

Ekkor $\mathcal{A}$-n végzett méréssel klasszikusan elérhető a korreláció, de $\mathcal{S}$-en végzett mérésekkel nem!

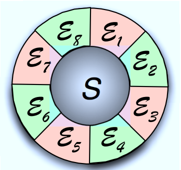
Redundancia

Klasszikus objektum megfigyelése: a dekoheráló környezeti szabadsági fokok (pl. fotonok) töredékét kapjuk el.

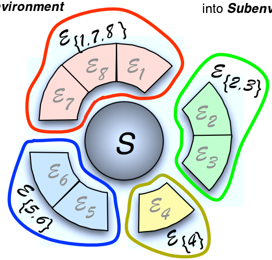
A nagy redundancia lehetővé teszi, hogy másik is megfigyeljék az objektumot annak megzavarása nélkül és azonos mérési eredményre jussanak, mint mi.



(a) Decoherence Paradigm: ***Universe*** is divided into ***System*** & ***Environment***



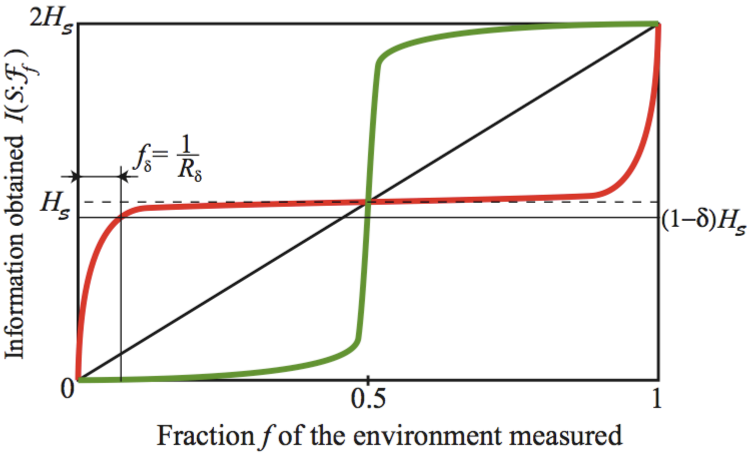
(b) Redundancy Paradigm: ***Environment*** is divided into ***Subenvironments***



(c) ***Subenvironments*** are combined into ***Fragments*** that each have nearly-complete information.

Részleges infó grafikon

Részleges infó grafikon (partial information plot, PIP)



$$f = \frac{\text{alrendszerek száma a megfigyelt } \mathcal{F}\text{-ben}}{\text{alrendszerek száma a teljes } \mathcal{E}\text{-ben}}$$

Miért ilyen? Mert ha a mutatóállapotok által definiált megfigyelhetőt mérjük, akkor:

1. $\{|s_k\rangle\}$ bázisvektorait a környezeti dekoherencia alig perturbálja;
2. ezért a rájuk vonatkozó infó rengeteg kópiában másolódik újra és újra;
3. egy-egy ilyen kópia viszont nem tökéletes: $\mathcal{F}$ $\{|s_k\rangle\}$-val korrelált $\{|\mathcal{F}_k\rangle\}$ vektorai általában nem tökéletesen ortogonálisak.
4. Ha a teljes hullámfüggvényt megfigyeljük ($f = 1$), abból vissza tudjuk állítani $\mathcal{S}$ teljes (kvantumos) állapotát (fázisokat is!).

Zurek: konkrétan demonstrálta q-bitek, spinek, illetve q-Brown mozgás esetére.

A környezet mint tanú

A környezet kettős szerepet játszik:

1. Kiválasztja, mi megfigyelhető (mutatóállapotokra épített megfigyelhetők).
2. Erről ellenben redundáns módon tárol infót, amit többen is megmérhetnek, és egyező eredményekre jutnak.

Környezet: elfogult tanú!

A dekoherencia irreverzibilis folyamat (a la Boltzmann):

1. Entrópianövekedéssel jár (és makroszkopikus objektumokra rendkívül gyors!)
2. Egy N környezetét qubit által dekoherált qubit állapot szuperpozícióját nagyon nehéz megfigyelni:
   Omnés becslése: ehhez egy
   $$N' \simeq \mathrm{e}^{\alpha N^{\beta}}$$
   szabadsági fokú rendszer kell, ahol $\alpha \sim O(1)$ és $\beta \geq 2/3$.
   $N \simeq O(1000)$: az egész látható univerzumban lévő anyag (kb. $N' \simeq 10^{80}$ atom) sem tud visszafejteni (sőt: relativitáselmélet miatt hogy működhetne ez egy apparátusként?).

Hogy néz ki a kvantumvilág?

N qubit: N klasszikus szab. fok vs. 2^N dimenziós állapottér

Tipikusan ez a helyzet: a megfigyelt rendszer/Univerzum kis töredéke van a mért (klasszikusan viselkedő) változókban.

És a többi? Szorgalmasan „jegyzetel”...

Ellenpont: a szuperpozíció nem tűnt fel, csak delokalizálódott... kimenetek problémája globális szinten nem oldódott meg.

Vagy mégis? interpretáció függő: pl. egy „mérsékelt” MWI-ben igen.

Immanuel Kant

"That objects of sensible intuition must conform to the formal conditions of sensibility which lie a priori in the mind is evident, because otherwise they would not be objects for us. But that they must likewise conform to the conditions which the understanding requires for the synthetic unity of thought, is a conclusion the grounds of which are by no means so obvious. Appearances might very well be so constituted that the understanding should not find them to be in accordance with the Conditions of its unity. Everything might be in such confusion that, for instance, in the series of appearances nothing presented itself which might yield a rule of synthesis and so answer to the concept of cause and effect. This concept would then be altogether empty, null, and meaningless."

Critique of Pure Reason – Analytic of Concepts

Douglas Adams

„The Hitch Hiker's Guide to the Galaxy has, in what we laughingly call the past, had a great deal to say on the subject of parallel universes. Very little of this is, however, at all comprehensible to anyone below the level of Advanced God, and since it is now well-established that all known gods came into existence a good three millionths of a second after the Universe began rather than, as they usually claimed, the previous week, they already have a great deal of explaining to do as it is, and are therefore not available for comment on matters of deep physics at this time.

...

The reason they are not universes is that any given universe is not actually a thing as such, but is just a way of looking at what is technically known as the WSOGMM, or Whole Sort of General Mish Mash. The Whole Sort of General Mish Mash doesn't actually exist either, but is just the sum total of all the different ways there would be of looking at it if it did.
The reason they are not parallel is the same reason that the sea is not parallel. It doesn't mean anything. You can slice the Whole Sort of General Mish Mash any way you like and you will generally come up with something that someone will call home. Please feel free to blither now."

Mostly Harmless (The Hitch Hikers Guide to the Galaxy)