

Sötét állapotok szerepe fényel indukált koherens kontroll folyamatokban

Kis Zsolt

Kvantumoptikai és Kvantuminformatikai Osztály
MTA Szilárdtestfizikai és Optikai Kutatóintézet
H-1121 Budapest, Konkoly-Thege Miklós út 29-33

Tihanyi Iskola, 2010. szeptember 2.

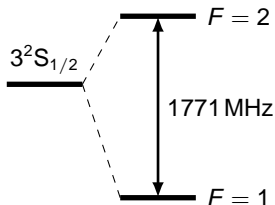
Tartalom

- 1 **Bevezetés**
 - Sötét állapotok felfedezése
 - Adiabtikus populációtranszfer
 - Adiabtikus populációtranszfer három-szintes rendszerben
 - Koherens kontroll sötétítés altérben
- 2 **Sötét állapotokon alapuló koherens kontroll eljárások**
 - Adiabtikus populációtranszfer tripod rendszerben
 - Általános degenerált STIRAP
 - Hat- és kilenc-szintes csatolt rendszer
 - Kvantumbit forgatás
- 3 **Sötét állapotokon alapuló hullámterjedési jelenségek**
 - Bevezetés
 - Elektromágnesesen indukált transzparencia
 - Fotonok koherens tárolása

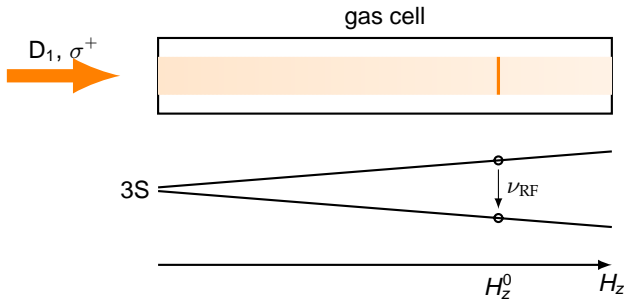
Tartalom

- 1 Bevezetés**
 - Sötét állapotok felfedezése
 - Adiabatikus populációtranszfer
 - Adiabatikus populációtranszfer három-szintes rendszerben
 - Koherens kontroll sötétítés altérben
- 2 Sötét állapotokon alapuló koherens kontroll eljárások**
 - Adiabatikus populációtranszfer tripod rendszerben
 - Általános degenerált STIRAP
 - Hat- és kilenc-szintes csatolt rendszer
 - Kvantumbit forgatás
- 3 Sötét állapotokon alapuló hullámterjedési jelenségek**
 - Bevezetés
 - Elektromágnesesen indukált transzparencia
 - Fotonok koherens tárolása

G. Alzetta-kísérlet (Pisa, 1976)

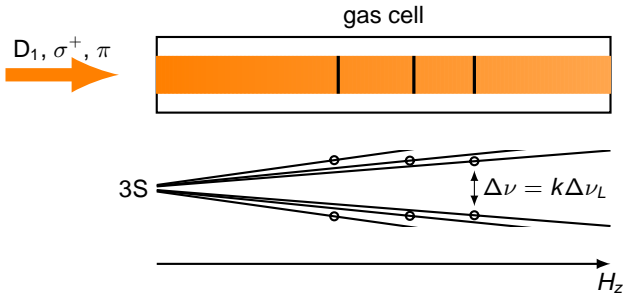


- RF átmeneteket vizsgáltak a nátrium D_1 ($3^2S_{1/2}-3^2P_{1/2}$, 589.756 nm) vonalában
- gázcella inhomogén mágneses térben \rightarrow az F nívók felhasadnak
- a megvilágító lézer sokmódusú festéklézer ($\Delta\nu_L=290\text{MHz}$)



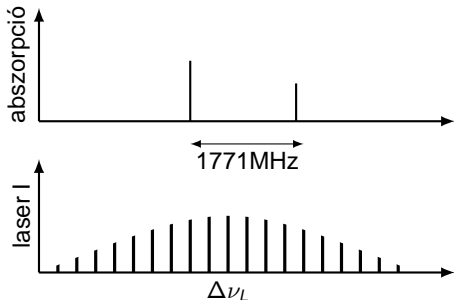
Sötét vonalak

- az RF mezőt kikapcsolták és a cellát kissé elforgatták → a fénynek σ^+ és π komponense lett



- a fényes háttérben sötét vonalak jelentek meg, $\Delta\nu=1740\text{MHz}$

Sötét állapotok



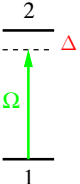
- kiderült, hogy $\Delta\nu = 6 \times \Delta\nu_L$
- az $E(F = 2, M_F = -2) - E(F = 1, M_F = -1) = h\Delta\nu$, amikor $H_z = 15 \text{ G}$
- más nívópárok is kielégítik a rezonanciafeltételt

- legyen $\hbar\Omega = -dE$

$$H = \hbar \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\Omega_1(t) & 0 \\ \frac{1}{2}\Omega_1(t) & \Delta_1 & \frac{1}{2}\Omega_2(t) \\ 0 & \frac{1}{2}\Omega_2(t) & \Delta_1 - \Delta_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} g_1 \\ e \\ g_2 \end{matrix}$$

- ha $\Delta_1 = \Delta_2$, akkor a $|\psi_D\rangle = \Omega_2|g_1\rangle - \Omega_1|g_2\rangle$ nem csatolt a terekhez, **sötét állapot**

Modell Hamilton-operátor


 A Schrödinger egyenlet az atomi sajátállapot bázisban $\{|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle\}$:

$$i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\Delta(t) & \Omega(t) \\ \Omega(t) & \Delta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}.$$

Sajátenergiák: $\varepsilon_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Delta(t)^2 + \Omega(t)^2}$.

Sajátállapotok:

$$|\varphi_{-}\rangle = \cos \vartheta |\psi_1\rangle - \sin \vartheta |\psi_2\rangle,$$

$$|\varphi_{+}\rangle = \sin \vartheta |\psi_1\rangle + \cos \vartheta |\psi_2\rangle,$$

ahol $\tan 2\vartheta(t) = \frac{\Omega(t)}{\Delta(t)}$.

A $\{|\varphi_{-}\rangle, |\varphi_{+}\rangle\}$ sajátállapotok az adiabatikus állapotok.

Áttérés forgó-koordinátarendszerre

A bázisvektorok egy forgó koordinátarendszert határoznak meg:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix}$$

Az új koordinátarendszerben az állapotvektor:

$$\mathbf{b} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{c}$$

A Schrödinger egyenlet az új bázisban:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} (\mathbf{U}^{-1} \mathbf{c}) &= i\hbar \frac{d\mathbf{U}^{-1}}{dt} \mathbf{c} + i\hbar \mathbf{U}^{-1} \frac{d\mathbf{c}}{dt} \\ &= i\hbar \frac{d\mathbf{U}^{-1}}{dt} \mathbf{U} \mathbf{U}^{-1} \mathbf{c} + \mathbf{U}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{U} \mathbf{U}^{-1} \mathbf{c} \\ &= \left(i\hbar \frac{d\mathbf{U}^{-1}}{dt} \mathbf{U} + \mathbf{U}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{U} \right) \mathbf{b} \end{aligned}$$

Adiabatikus közelítés

Komponensenként kiírva:

$$i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} b_- \\ b_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_- & -i\dot{\vartheta} \\ i\dot{\vartheta} & \varepsilon_+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_- \\ b_+ \end{bmatrix}$$

Adiabatikus közelítés:

$$|\langle \dot{\varphi}_+ | \varphi_- \rangle| \ll |\varepsilon_+ - \varepsilon_-|$$

avagy

$$|\dot{\vartheta}| \ll |\varepsilon_+ - \varepsilon_-|.$$

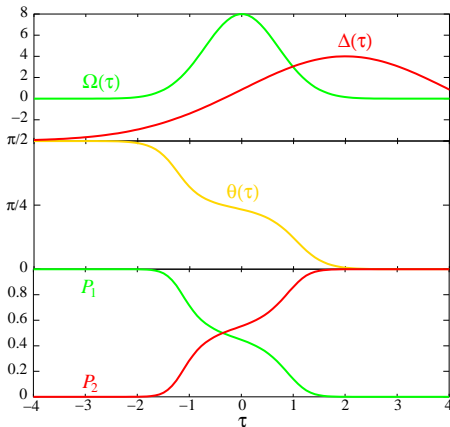
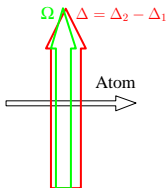
Időfejlődés adiabatikus határesetben

$$b_q(t) = \exp\left(-i \int_{t_0}^t \varepsilon(t') dt'\right) \langle \varphi_q(t_0) | \psi(t_0) \rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = b_-(t) |\varphi_-(t)\rangle + b_+(t) |\varphi_+(t)\rangle$$

Kísérleti megvalósítás

Atomnyaláb folytonos (CW) lézerekkel keresztez



Tulajdonságok összefoglalása

Előnyök:

- az impulzusok alakja és időzítése tág határok között szabadon választható
- a Δ elhangolást nem szükséges pontosan beállítani
- a populációtranszfer robusztus a kísérleti paraméterek ingadozásával szemben

Hátrányok:

- intenzív lézertény szükséges
- viszonylag lassú a Rabi oszcillációhoz képest

Tulajdonságok összefoglalása

Előnyök:

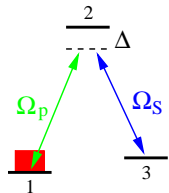
- az impulzusok alakja és időzítése tág határok között szabadon választható
- a Δ elhangolást nem szükséges pontosan beállítani
- a populációtranszfer robusztus a kísérleti paraméterek ingadozásával szemben

Hátrányok:

- intenzív lézertény szükséges
- viszonylag lassú a Rabi oszcillációhoz képest

Stimulált Raman adiabatikus átmenet (STIRAP)

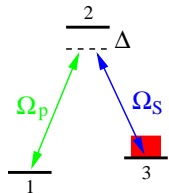
Csatolási séma és a Schrödinger egyenlet:



$$i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\Omega_p(t) & 0 \\ \frac{1}{2}\Omega_p(t) & \Delta & \frac{1}{2}\Omega_S(t) \\ 0 & \frac{1}{2}\Omega_S(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

Stimulált Raman adiabatikus átmenet (STIRAP)

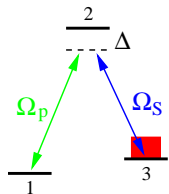
Csatolási séma és a Schrödinger egyenlet:



$$i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\Omega_p(t) & 0 \\ \frac{1}{2}\Omega_p(t) & \Delta & \frac{1}{2}\Omega_S(t) \\ 0 & \frac{1}{2}\Omega_S(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

Stimulált Raman adiabatikus átmenet (STIRAP)

Csatolási séma és a Schrödinger egyenlet:



$$i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\Omega_p(t) & 0 \\ \frac{1}{2}\Omega_p(t) & \Delta & \frac{1}{2}\Omega_S(t) \\ 0 & \frac{1}{2}\Omega_S(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

Az $\varepsilon_0 = 0$ sajátértékhez tartozó sajátállapot:

$$|\varphi_0\rangle = \cos \vartheta |\psi_1\rangle - \sin \vartheta |\psi_3\rangle,$$

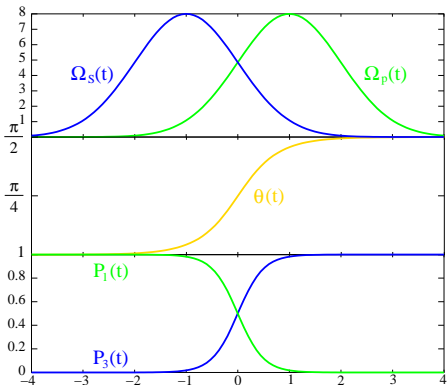
ahol $\tan \vartheta(t) = \frac{\Omega_p(t)}{\Omega_S(t)}$. A $|\varphi_0\rangle$ állapot egy ún. sötét állapot. A rendszernek még két további fényes állapota is van. Adiabatikussági feltétel ($\Delta = 0$):

$$|\dot{\vartheta}| \ll \sqrt{\Omega_p(t)^2 + \Omega_S(t)^2}.$$

Amennyiben az adiabatikussági feltétel teljesül, a rendszer időfejlődése a sötét altérben történik.

Anti-intuitív impulzusszekvencia

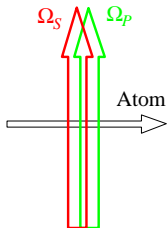
$$|\varphi_0(t)\rangle = \cos(\vartheta(t))|\psi_1\rangle - \sin(\vartheta(t))|\psi_3\rangle, \text{ ahol } \tan \vartheta(t) = \frac{\Omega_p(t)}{\Omega_S(t)}$$



- $|\psi_i\rangle = |\varphi_0(t_i)\rangle \rightarrow |\psi_f\rangle = |\varphi_0(t_f)\rangle$
- legyen $\vartheta(t_i) = 0$ és $\vartheta(t_f) = \pi/2$

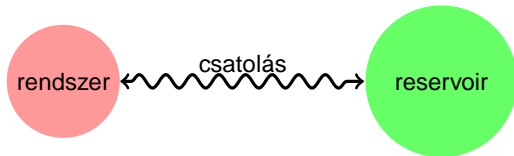
Kísérleti megvalósítás

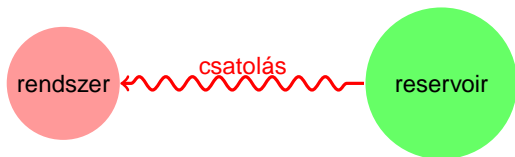
Atomnyaláb CW lézerek sugarakat keresztez



Robusztusság:

- nem szükséges pontosan kontrollálni az impulzusok időzítését és alakját
- az impulzus területe $A = \Omega T$ nagy legyen
- a ρ_{2i} koherenciák bomlása nagy impulzusterülettel ellensúlyozható
- két-fotonos rezonancia fenntartása elengedhetetlen





- a rendszer hatását a reservoir-ra elhanyagoljuk (spontán emisszió szabad térben)
- megkülönböztetünk populáció-relaxációs $T_1 = \Gamma^{-1}$ és koherencia-relaxációs $T_2 = \gamma^{-1}$ időket

$$\dot{\rho}_{ee} = -i([H, \rho])_{ee} - \Gamma \rho_{ee}$$

$$\dot{\rho}_{eg} = -i([H, \rho])_{eg} - \gamma \rho_{eg}$$

A dekoherencia hatása elkerülhető/csökkenthető:

(α) a folyamat hossza rövidebb a relaxációs időknél

(β) a folyamat sötét altérben zajlik, ekkor a populáció-relaxáció nem játszik szerepet, de a koherencia-relaxáció igen

Az adiabatikus kontroll-módszerekkel a rendszer állapota sötét altérben tartható

Tartalom

1

Bevezetés

- Sötét állapotok felfedezése
- Adiabatikus populációtranszfer
- Adiabatikus populációtranszfer három-szintes rendszerben
- Koherens kontroll sötét állapotokban

2

Sötét állapotokon alapuló koherens kontroll eljárások

- Adiabatikus populációtranszfer tripod rendszerben
- Általános degenerált STIRAP
- Hat- és kilenc-szintes csatolt rendszer
- Kvantumbit forgatás

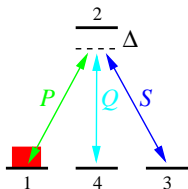
3

Sötét állapotokon alapuló hullámterjedési jelenségek

- Bevezetés
- Elektromágnesesen indukált transzparencia
- Fotonok koherens tárolása

A tripod csatolás

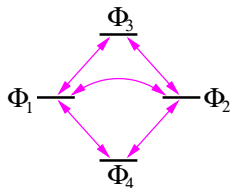
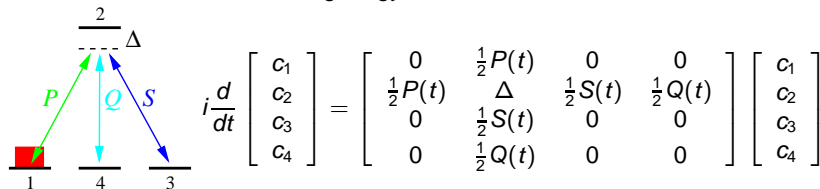
Csatolási séma és a Schrödinger egyenlet:



$$i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}P(t) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}P(t) & \Delta & \frac{1}{2}S(t) & \frac{1}{2}Q(t) \\ 0 & \frac{1}{2}S(t) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}Q(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}$$

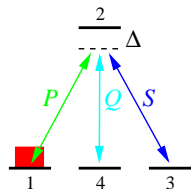
A tripod csatolás

Csatolási séma és a Schrödinger egyenlet:



A tripod csatolás

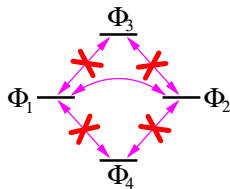
Csatolási séma és a Schrödinger egyenlet:



$$i \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}P(t) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}P(t) & \Delta & \frac{1}{2}S(t) & \frac{1}{2}Q(t) \\ 0 & \frac{1}{2}S(t) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}Q(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}$$

Az adiabaticus bázisban és az adiabaticus határ-
esetben:

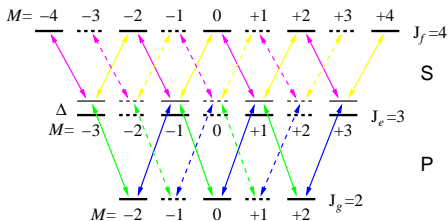
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\vartheta}(t) \sin \varphi(t) \\ \dot{\vartheta}(t) \sin \varphi(t) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$



ahol

$$\tan \vartheta(t) = \frac{P(t)}{S(t)}, \quad \tan \varphi(t) = \frac{Q(t)}{\sqrt{S(t)^2 + P(t)^2}}$$

Összetett csatolások szeparálása

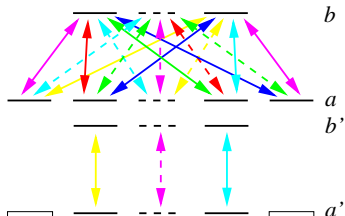


Az általános, degenerált STIRAP Hamilton-operátora:

$$H(t) = \hbar \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \rho(t)\mathbf{P}^\dagger & \mathbf{0} \\ \rho(t)\mathbf{P} & \Delta & s(t)\mathbf{S} \\ \mathbf{0} & s(t)\mathbf{S}^\dagger & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Első kérdés: hány sötét állapot van ?

Morris-Shore transzformáció



- tekintsünk két csatolt állapothalmazt
- az energia-sajátállapot bázisban a Hamilton-operátor

$$H = \hbar \begin{bmatrix} \Delta & \frac{1}{2}\Omega \\ \frac{1}{2}\Omega^\dagger & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

- található egy olyan unitér mátrix pár, \mathbf{A} és \mathbf{B} , hogy a belőlük képzett

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix}$$

unitér mátrixszal transzformálva a Hamilton-operátort

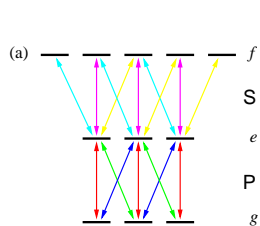
$$\mathbf{U}\mathbf{H}\mathbf{U}^\dagger = \hbar \begin{bmatrix} \Delta & \frac{1}{2}\tilde{\Omega} \\ \frac{1}{2}\tilde{\Omega}^\dagger & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

kvázi-diagonális $\tilde{\Omega}$ csatoló mátrixot kapunk. Az új bázisban $N_> - N_<$ nem csatolt és $N_<$ pár csatolt állapotot kapunk.

Sötét állapotok az általános STIRAP-ban

Második kérdés: hogyan lehet meghatározni a sötét és a fényes állapotokat ?

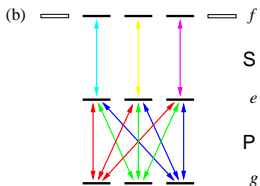
- MS transzformáció a Stokes mezőn



$$\tilde{\mathbf{S}} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma} & \mathbf{0} \end{bmatrix} & \text{if } N_f > N_e, \\ \tilde{\Sigma} & \text{if } N_f = N_e, \\ \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} & \text{if } N_f < N_e, \end{cases}$$

- a sajátérték egyenlet

$$\tilde{\mathbf{H}}(t)\tilde{\Phi}_k(t) = \varepsilon_k(t)\tilde{\Phi}_k(t)$$



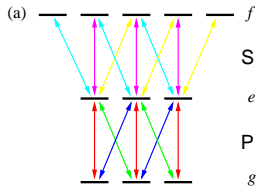
- $N_g \leq N_e \leq N_f$, az $\varepsilon_0 = 0$ -hoz tartozó sajátvektor

$$\tilde{\Phi}_0^{(l)}(t) = \frac{1}{\mathcal{N}_0^{(l)}(t)} \begin{bmatrix} s(t)\mathbf{x}_0^{(l)} \\ \mathbf{0} \\ -\rho(t)\tilde{\Sigma}^{-1}\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{x}_0^{(l)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} g \\ e \\ f \\ f' \end{matrix}$$

Sötét állapotok az általános STIRAP-ban

Második kérdés: hogyan lehet meghatározni a sötét és a fényes állapotokat ?

- MS transzformáció a Stokes mezőn

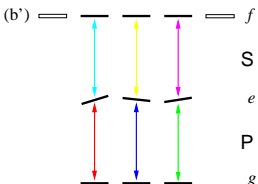


$$\tilde{\mathbf{S}} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma} & \mathbf{0} \end{bmatrix} & \text{if } N_f > N_e, \\ \tilde{\Sigma} & \text{if } N_f = N_e, \\ \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} & \text{if } N_f < N_e, \end{cases}$$

- a sajátérték egyenlet

$$\tilde{\mathbf{H}}(t)\tilde{\Phi}_k(t) = \varepsilon_k(t)\tilde{\Phi}_k(t)$$

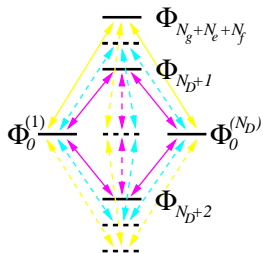
- $N_g \leq N_e \leq N_f$, az $\varepsilon_0 = 0$ -hoz tartozó sajátvektor



$$\tilde{\Phi}_0^{(l)}(t) = \frac{1}{N_0^{(l)}(t)} \begin{bmatrix} s(t)\mathbf{x}_0^{(l)} \\ \mathbf{0} \\ -\rho(t)\tilde{\Sigma}^{-1}\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{x}_0^{(l)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} g \\ e \\ f \\ f' \end{matrix}$$

Időfejlődés

Harmadik kérdés: adiabatikus időfejlődés feltétele ?



- az adiabatikusság feltételei hasonlóak a háromállapotú STIRAP-éhoz
- adiabatikus határesetben a sötét és fényes állapotok között elhanyagolhatók a csatolások

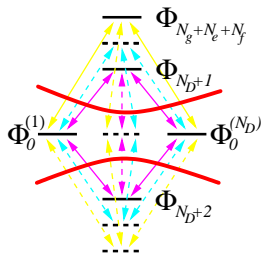
$$\hbar |\langle \tilde{\Phi}_0^{(l)}(t) | \dot{\tilde{\Phi}}_k(t) \rangle| \ll |\varepsilon_k(t)|$$

amely enyvenértékű

$$|s(t)\dot{p}(t) - p(t)\dot{s}(t)| M(t) \ll |\varepsilon_k(t)|$$

Időfejlődés

Harmadik kérdés: adiabatikus időfejlődés feltétele ?



- az adiabatikusság feltételei hasonlóak a háromállapotú STIRAP-éhoz
- adiabatikus határesetben a sötét és fényes állapotok között elhanyagolhatók a csatolások

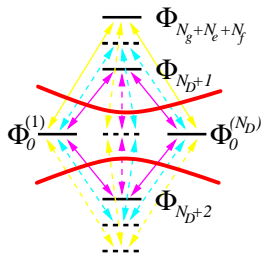
$$\hbar |\langle \tilde{\Phi}_0^{(l)}(t) | \dot{\tilde{\Phi}}_k(t) \rangle| \ll |\varepsilon_k(t)|$$

amely enyvenértékű

$$|s(t)\dot{p}(t) - p(t)\dot{s}(t)| M(t) \ll |\varepsilon_k(t)|$$

Időfejlődés

Harmadik kérdés: adiabatikus időfejlődés feltétele ?



- az adiabatikusság feltételei hasonlóak a háromállapotú STIRAP-éhoz
- adiabatikus határesetben a sötét és fényes állapotok között elhanyagolhatók a csatolások

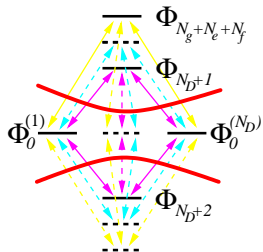
$$\hbar |\langle \tilde{\Phi}_0^{(l)}(t) | \dot{\tilde{\Phi}}_k(t) \rangle| \ll |\varepsilon_k(t)|$$

amely enyhenértékű

$$|s(t)\dot{p}(t) - p(t)\dot{s}(t)| M(t) \ll |\varepsilon_k(t)|$$

Időfejlődés

Harmadik kérdés: adiabatikus időfejlődés feltétele ?



- az adiabatikusság feltételei hasonlóak a háromállapotú STIRAP-éhoz
- adiabatikus határesetben a sötét és fényes állapotok között elhanyagolhatók a csatolások

$$\hbar |\langle \tilde{\Phi}_0^{(l)}(t) | \dot{\tilde{\Phi}}_k(t) \rangle| \ll |\varepsilon_k(t)|$$

amely enyvenértékű

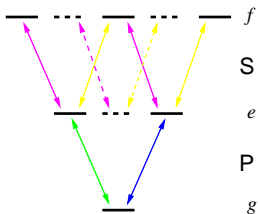
$$|s(t)\dot{p}(t) - p(t)\dot{s}(t)| M(t) \ll |\varepsilon_k(t)|$$

Összefoglalva:

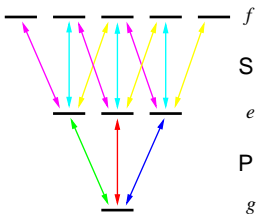
Nincs csatolás a sötét állapotok között.

A g -halmaz bármely tiszta vagy kevert állapota teljesen átvihető az f -halmazba.

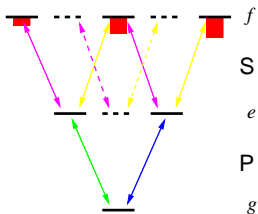
Kvantuminterferencia az átmeneti útvonalak között



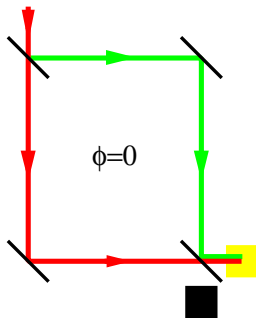
Kvantuminterferencia az átmeneti útvonalak között



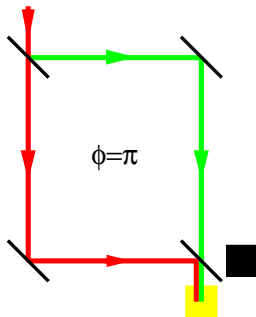
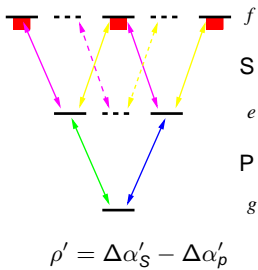
Kvantuminterferencia az átmeneti útvonalak között



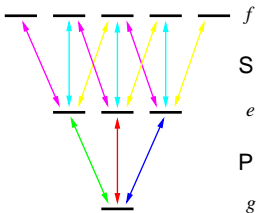
$$\rho = \Delta\alpha_S - \Delta\alpha_P$$



Kvantuminterferencia az átmeneti útvonalak között



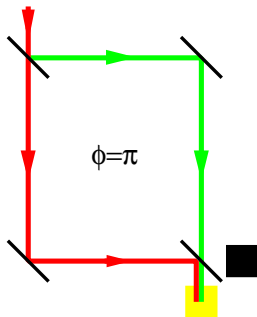
Kvantuminterferencia az átmeneti útvonalak között



$$\varrho_1 = -\Delta\alpha_+^{(p)} + \Delta\alpha_+^{(S)}$$

$$\varrho_2 = -\Delta\alpha_+^{(p)} - \Delta\alpha_-^{(S)}$$

$$\varrho_3 = \Delta\alpha_-^{(p)} - \Delta\alpha_-^{(S)}$$



A sötét állapotok meghatározása

Tekintsük a hat-szintes alrendszert:

- két sötét állapot van, az egyiknek $\psi_D^{(1)}$ csak az f -halmazban vannak elemei
- a Stokes mező MS transzformációja matematikailag komplikált
- ehelyett, a *transzfer* sötét-állapotra $\psi_D(t)$ reljesül

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(t)\Psi_D(t) &= \mathbf{0}, \quad (2 \text{ eqs.}) \\ \langle \Psi_D^{(1)} | \Psi_D(t) \rangle &= 0. \end{aligned}$$

A sötét állapotok meghatározása

Tekintsük a hat-szintes alrendszert:

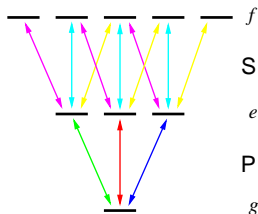
- két sötét állapot van, az egyiknek $\psi_D^{(1)}$ csak az f -halmazban vannak elemei
- a Stokes mező MS transzformációja matematikailag komplikált
- ehelyett, a *transzfer* sötét-állapotra $\psi_D(t)$ reljesül

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(t)\Psi_D(t) &= \mathbf{0}, \quad (2 \text{ eqs.}) \\ \langle \Psi_D^{(1)} | \Psi_D(t) \rangle &= 0. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszer megoldása

$$\begin{aligned} d_{0,0}(t) &= \frac{s(t)}{\mathcal{N}(t)} (|S_+|^4 + |S_-|^4 + 6|S_-|^2|S_+|^2), \\ d_{2,-2}(t) &= \frac{p(t)}{\mathcal{N}(t)} \frac{\sqrt{5}}{3} S_+^* (P_-^* S_- S_+^* - P_+^* [6|S_-|^2 + |S_+|^2]), \\ d_{2,0} &= -\frac{p(t)}{\mathcal{N}(t)} \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} (P_-^* |S_+|^2 S_+^* + P_+^* |S_-|^2 S_-^*), \\ d_{2,2}(t) &= \frac{p(t)}{\mathcal{N}(t)} \frac{\sqrt{5}}{3} S_-^* (P_+^* S_-^* S_+ - P_-^* [6|S_+|^2 + |S_-|^2]). \end{aligned}$$

A sötét állapotok meghatározása



A kilenc-szintes teljesen csatolt rendszernek a következő tulajdonságai vannak:

- három sötét állapot van, kettő $\psi_D^{(k)}$ ($k = 1, 2$) teljesen az f -halmazban fekszik
- a *transzfer* sötét állapot $\psi_D(t)$ a következő egyenletrendszer megoldásával határozható meg:

$$\mathbf{H}(t)\Psi_D(t) = \mathbf{0}, \quad (3 \text{ eqs.})$$

$$\langle \Psi_D^{(k)} | \Psi_D(t) \rangle = 0, \quad k = 1, 2$$

Teljesség

Nincs olyan ψ_f , hogy $\langle \psi_D | \psi_f \rangle = 0$ minden ψ_D esetén.

- hat-szintes rendszerre ($\psi_f = [v_{-2} \ v_0 \ v_2]^T$)

$$\tan(\varphi_S) = e^{i(\alpha_+^{(S)} - \alpha_-^{(S)})} \frac{\sqrt{6}v_0 \pm \sqrt{6v_0^2 - 4v_{-2}v_2}}{v_2} .$$

Teljesség

Nincs olyan ψ_f , hogy $\langle \psi_D | \psi_f \rangle = 0$ minden ψ_D esetén.

- hat-szintes rendszerre ($\psi_f = [v_{-2} \ v_0 \ v_2]^T$)

$$\tan(\varphi_S) = e^{i(\alpha_+^{(S)} - \alpha_-^{(S)})} \frac{\sqrt{6}v_0 \pm \sqrt{6v_0^2 - 4v_{-2}v_2}}{v_2}.$$

- kilenc-szintes rendszerre ($a = S_-^*/S_0^*$, $b = S_+^*/S_0^*$, és $\psi_f = [v_{-2} \ \dots \ v_2]^T$)

$$b = \frac{v_{-1}a^3 + \sqrt{3}v_0a^2 + 2v_1a + \sqrt{2}v_2}{(v_1a + \sqrt{2}v_2)a},$$

$$0 = \frac{1}{(v_1a + \sqrt{2}v_2)^2 a^4} \sum_{k=0}^6 Q_k(\mathbf{v}_f) a^k,$$

Teljesség

Nincs olyan ψ_f , hogy $\langle \psi_D | \psi_f \rangle = 0$ minden ψ_D esetén.

- hat-szintes rendszerre ($\psi_f = [v_{-2} \ v_0 \ v_2]^T$)

$$\tan(\varphi_S) = e^{i(\alpha_+^{(S)} - \alpha_-^{(S)})} \frac{\sqrt{6}v_0 \pm \sqrt{6v_0^2 - 4v_{-2}v_2}}{v_2}.$$

- kilenc-szintes rendszerre ($a = S_-^*/S_0^*$, $b = S_+^*/S_0^*$, és $\psi_f = [v_{-2} \ \dots \ v_2]^T$)

$$b = \frac{v_{-1}a^3 + \sqrt{3}v_0a^2 + 2v_1a + \sqrt{2}v_2}{(v_1a + \sqrt{2}v_2)a},$$

$$0 = \frac{1}{(v_1a + \sqrt{2}v_2)^2 a^4} \sum_{k=0}^6 Q_k(\mathbf{v}_f) a^k,$$

Johann Carl Friedrich Gauss (Doctoral Dissertation, 1799):

„The Fundamental Theorem of Algebra: *Every polynomial equation of degree n with complex coefficients has n roots in the complex numbers.*”

Alkalmazások

- populációtranszfer atomokban Zeeman-multiplettek között
- populációtranszfer molekulák rovibrációs állapotai között
- molekuláris gépek mozgásának kontrollja
- kvantumbiteken végzett műveletek implementációja
- ...

Alkalmazások

- populációtranszfer atomokban Zeeman-multiplettek között
- populációtranszfer molekulák rovibrációs állapotai között
- molekuláris gépek mozgásának kontrollja
- kvantumbiteken végzett műveletek implementációja
- ...

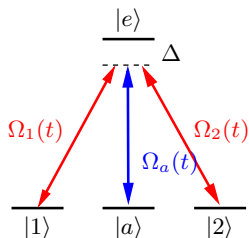
A tripod-kvantumbit

- a kvantumbit egy kéttagú szuperponált állapot: $|i\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle$
- elforgatott állapotot: $|f\rangle = \hat{R}_n(\zeta)|i\rangle$, ahol \mathbf{n} a forgatás tengelye és ζ a forgatás szöge
- $\hat{R}_n(\zeta) \in SU(2)$: $\hat{R}_n(\zeta) = \exp(-i\frac{\zeta}{2} \mathbf{n} \cdot \hat{\sigma})$

A tripod-quantum bit

- a kvantumbit egy kéttagú szuperponált állapot: $|i\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle$
- elforgatott állapotot: $|f\rangle = \hat{R}_n(\zeta)|i\rangle$, ahol \mathbf{n} a forgatás tengelye és ζ a forgatás szöge
- $\hat{R}_n(\zeta) \in SU(2)$: $\hat{R}_n(\zeta) = \exp(-i\frac{\zeta}{2} \mathbf{n} \cdot \hat{\sigma})$

Megvalósítás négy-szintes csatolt rendszerben:



Új bázis:

A rendszer Hamilton-operátora:

$$\hat{H}(t) = \hbar\Delta|e\rangle\langle e| + \frac{\hbar}{2} \sum_{i=1,2,a} (\Omega_i(t)|i\rangle\langle e| + h.c.),$$

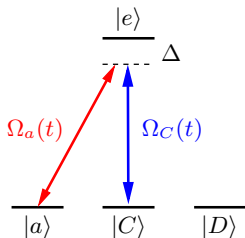
ahol az 1 és 2 indexű impulzusok definíciója:

$$\Omega_1(t) = \bar{\Omega}(t) \cos \alpha, \quad \Omega_2(t) = \bar{\Omega}(t) \sin \alpha e^{i\beta}.$$

$$|C\rangle = \cos \alpha |1\rangle + \sin \alpha e^{i\beta} |2\rangle, \quad \text{csatolt,}$$

$$|D\rangle = -\sin \alpha |1\rangle + \cos \alpha e^{i\beta} |2\rangle, \quad \text{nem csatolt}$$

Adiabatikus forgatás



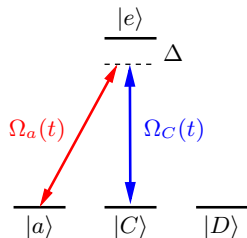
- a $|C\rangle$, $|D\rangle$ bázisban a Hamilton-operátor három-szintes rendszert ír le:

$$\hat{H}(t) = \hbar\Delta|e\rangle\langle e| + \frac{\hbar}{2} \sum_{i=C,a} (\Omega_i(t)|i\rangle\langle e| + h.c.).$$

- a kvantumbit az új bázisban:

$$|i\rangle = \langle D|i\rangle|D\rangle + \langle C|i\rangle|C\rangle.$$

Adiabatikus forgatás



- a $|C\rangle$, $|D\rangle$ bázisban a Hamilton-operátor három-szintes rendszert ír le:

$$\hat{H}(t) = \hbar\Delta|e\rangle\langle e| + \frac{\hbar}{2} \sum_{i=C,a} (\Omega_i(t)|i\rangle\langle e| + h.c.).$$

- a kvantumbit az új bázisban:

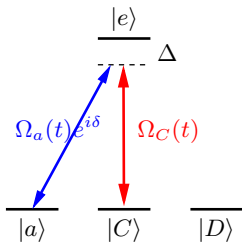
$$|i\rangle = \langle D|i\rangle|D\rangle + \langle C|i\rangle|C\rangle.$$

A forgatás két lépésben történik:

- Az első STIRAP impulzus-szekvencia során $\Omega_C(t)$ a **pumpa** és $\Omega_a(t)$ a **Stokes** impulzus. Az impulzusok elhaladása után a rendszer állapota:

$$|\psi\rangle = \langle D|i\rangle|D\rangle - \langle C|i\rangle|a\rangle.$$

Adiabatikus forgatás



- a $|C\rangle$, $|D\rangle$ bázisban a Hamilton-operátor három-szintes rendszert ír le:

$$\hat{H}(t) = \hbar\Delta|e\rangle\langle e| + \frac{\hbar}{2} \sum_{i=C,a} (\Omega_i(t)|i\rangle\langle e| + h.c.).$$

- a kvantumbit az új bázisban:

$$|i\rangle = \langle D|i\rangle|D\rangle + \langle C|i\rangle|C\rangle.$$

A forgatás két lépésben történik:

- Az első STIRAP impulzus-szekvencia során $\Omega_C(t)$ a **pumpa** és $\Omega_a(t)$ a **Stokes** impulzus. Az impulzusok elhaladása után a rendszer állapota:

$$|\psi\rangle = \langle D|i\rangle|D\rangle - \langle C|i\rangle|a\rangle.$$

- A második STIRAP impulzus-szekvencia során $\Omega_C(t)$ a **Stokes** és $\Omega_a(t)e^{i\delta}$ a **pumpa** impulzus. Az impulzusok elhaladása után a rendszer végső állapota:

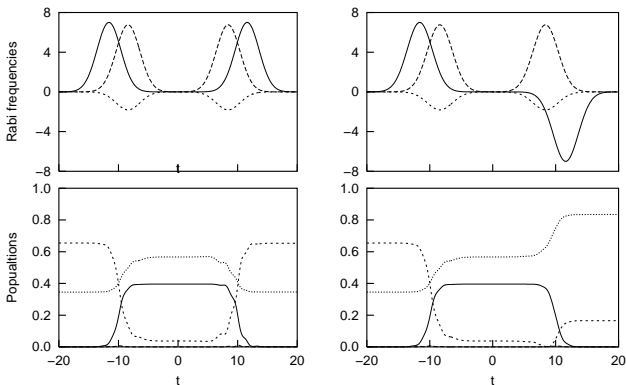
$$|\psi_f\rangle = \langle D|i\rangle|D\rangle + e^{-i\delta}\langle C|i\rangle|C\rangle.$$

A forgatás időfüggése

A $|C\rangle$ és $|D\rangle$ állapotok kifejtése után kapjuk:

$$|\psi_f\rangle = e^{-i\delta/2} \hat{R}_n(\delta) |i\rangle,$$

ahol $\mathbf{n} = [\cos(2\alpha) \cos(\beta), \cos(2\alpha) \sin(\beta), \sin(2\alpha)]^T$.



A forgatási eljárás megvalósítása:

- csapdázott atomok, ionok
- ritkaföldfémekkel adalékolt egykristályokban: pl. $\text{Y}_2\text{SiO}_5:\text{Pr}^{3+}$
- félvezető nanostruktúrákban, pl. kvantumpöttyökben

A séma kiterjeszhető két-kvantumbites műveletekre is.

Tartalom

- 1 Bevezetés
 - Sötét állapotok felfedezése
 - Adiabatikus populációtranszfer
 - Adiabatikus populációtranszfer három-szintes rendszerben
 - Koherens kontroll sötét állapotokban
- 2 Sötét állapotokon alapuló koherens kontroll eljárások
 - Adiabatikus populációtranszfer tripod rendszerben
 - Általános degenerált STIRAP
 - Hat- és kilenc-szintes csatolt rendszer
 - Kvantumbit forgatás
- 3 Sötét állapotokon alapuló hullámterjedési jelenségek
 - Bevezetés
 - Elektromágnesesen indukált transzparencia
 - Fotonok koherens tárolása

Elektromágneses síkhullám terjedése polarizálható közegben

- hullámeqyenlet

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \mathcal{E}(t, z) = \mu_0 \sigma \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}(t, z) + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{P}(t, z)$$

- $\{t, z\}$ -ben lassan változó burkolójú, monokróm tér esetén ($\sigma = 0$)

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] E^{(+)}(t, z) = i \frac{k_{\text{vac}}}{2\varepsilon_0} P^{(+)}(t, z)$$

- időben retardált koordinátarendszerben ($\tau = t - z/c$ és $\zeta = z$) a hullámeqyenlet

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} E^{(+)}(\tau, \zeta) = i \frac{k_{\text{vac}}}{2\varepsilon_0} P^{(+)}(\tau, \zeta)$$

- polarizáció két-szintes rendszerben, dipól átmenet esetén

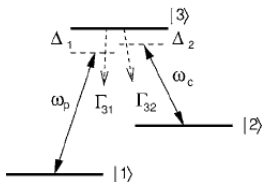
$$\mathcal{P}(\tau, \zeta) = N \text{Tr}\{\hat{\mu} \varrho\} = N(\mu_{ge} \varrho_{eg} + \mu_{eg} \varrho_{ge}) = \frac{1}{2} \left(P^{(+)}(\tau, \zeta) e^{-i\omega\tau} + \text{c.c.} \right)$$

- a polarizáció felbontható a térben lineáris és nemlineáris tagokra ($P \equiv P^{(+)}$)

$$P(\tau, \zeta) = \varepsilon_0 \chi(-\omega, \omega) E(\tau, \zeta) + P_{\text{NL}}(\{E(\tau, \zeta)\})$$

Csatolási séma

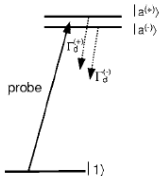
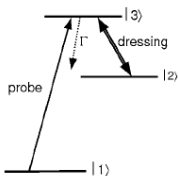
- tekintsünk egy effektív három-szintes rendszert:



- ω_p : gyenge próba fényhullám frekvenciája
- ω_c : erős csatoló fényhullám frekvenciája
- Γ_{3i} : bomlási ráták

- a fényhullámok és atomok közötti kölcsönhatást leíró Hamilton-operátor:

$$H_{\text{int}} = -\hbar\Delta_1|1\rangle\langle 1| - \hbar\Delta_2|2\rangle\langle 2| - \frac{\hbar}{2}[\Omega_p e^{i\Delta_1\tau}|3\rangle\langle 1| + \Omega_c e^{i\Delta_2\tau}|3\rangle\langle 2| + \text{h.a.}]$$



- az $|a^\pm\rangle$ felöltötött állapotok
- destruktív kvantuminterferencia az $|a^+\rangle \rightarrow |1\rangle$ és $|a^-\rangle \rightarrow |1\rangle$ útvonalak között

Lineáris szuszceptibilitás

- A sűrűségoperátor mozgásegyenlete:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \varrho &= -\frac{i}{\hbar} [H_{\text{int}}, \varrho] \\ &+ \frac{\Gamma_{31}}{2} [2\sigma_{13}\varrho\sigma_{31} - \sigma_{33}\varrho - \varrho\sigma_{33}] + \frac{\Gamma_{32}}{2} [2\sigma_{23}\varrho\sigma_{32} - \sigma_{33}\varrho - \varrho\sigma_{33}] \\ &+ \frac{\gamma_{2\text{deph}}}{2} [2\sigma_{22}\varrho\sigma_{22} - \sigma_{22}\varrho - \varrho\sigma_{22}] + \frac{\gamma_{3\text{deph}}}{2} [2\sigma_{33}\varrho\sigma_{33} - \sigma_{33}\varrho - \varrho\sigma_{33}] \end{aligned}$$

- stacionárius megoldás (Ω_p -ben első rendig): $\varrho_{11} \simeq 1$, $\varrho_{22} = 0$, $\varrho_{33} = 0$

$$\varrho_{21} = i \frac{\Omega_c^* \varrho_{31}}{\gamma_{21} + i2(\Delta_1 - \Delta_2)}, \quad \varrho_{31} = i \frac{\Omega_c \varrho_{21} + \Omega_p}{\gamma_{31} + i2\Delta_1}, \quad \varrho_{23} = -i \frac{\Omega_p^* \varrho_{21}}{\gamma_{32} + i2\Delta_2}$$

- a közeg polarizációja ($\Delta = \Delta_1$, $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$):

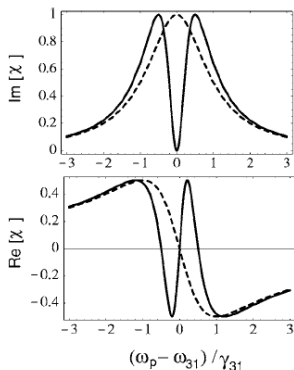
$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\tau, \zeta) &= N (\mu_{13}\varrho_{31}(\tau, \zeta)e^{-i\omega_{31}\tau} + \mu_{23}\varrho_{32}(\tau, \zeta)e^{-i\omega_{32}\tau} + \text{c.c.}) \\ \mathcal{P}_p(\tau, \zeta) &= \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left[\chi^{(1)}(-\omega_p, \omega_p) E_p^{(+)}(\tau, \zeta)e^{-i\omega_p\tau} + \text{c.c.} \right] \end{aligned}$$

EIT vs két-szintes rendszer szuszceptibilitása

- egyszerűbb modell: $\gamma_{21} = 0$ és $\Delta_2 = 0$
- lineáris szuszceptibilitás:

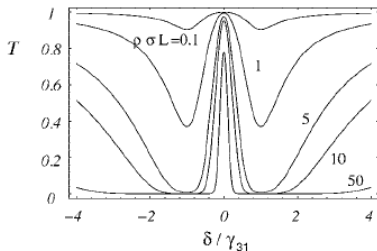
$$\chi^{(1)}(-\omega_p, \omega_p) = \frac{N|\mu_{13}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \times \frac{4\Delta(|\Omega_c|^2 - 4\Delta^2) + i8\Delta^2\gamma_{31}}{(|\Omega_c|^2 - 4\Delta^2)^2 + 4\gamma_{31}^2\Delta^2}$$

- a próbamezőre vonatkozó szuszceptibilitás: $\Omega_c = 0.5\gamma_{31}$



Hullámterjedés EIT közegben

- folytonos hullám átviteli függvénye: $T(\omega_p, L) = \exp[\nu k L \chi^{(1)}(-\omega_p, \omega_p)/2]$



- az átviteli függvény spektrális szélessége:

$$\Delta\omega_{\text{tr}} = \frac{\Omega_c^2}{\sqrt{\Gamma_{31}\gamma_{31}}} \frac{1}{\sqrt{N\sigma L}}$$

- impulzusterjedés csoportsebessége:

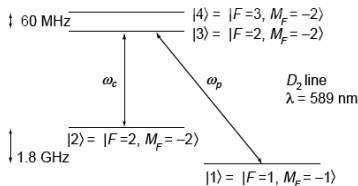
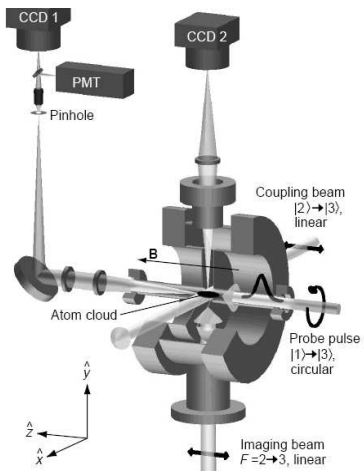
$$v_{\text{gr}} = \left. \frac{d\omega_p}{dk_p} \right|_{\delta=0} = \frac{c}{1 + n_{\text{gr}}} = \frac{c}{1 + N\sigma c \Gamma_{31} / |\Omega_c|^2}$$

- csoportkésleltetés:

$$\tau_d = L \left(\frac{1}{v_{\text{gr}}} - \frac{1}{c} \right) = L \frac{n_{\text{gr}}}{c}$$

Kísérleti megvalósítás

Hau, L.V. et al.: *Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas*; Nature **397**, 594 (1999).



Kísérleti eredmények

EIT Bose-Einstein kondenzátumban (Na atom):

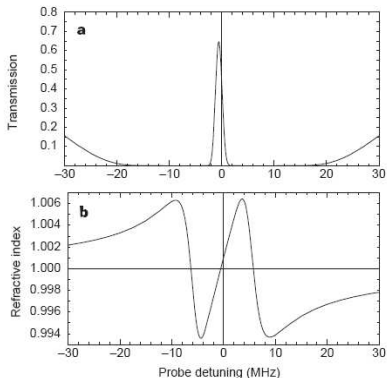
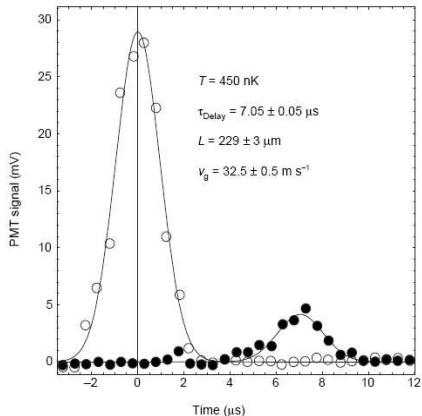


Figure 2 Effect of probe detuning. **a**, Transmission profile. Calculated probe transmission as a function of detuning from the $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ resonance for an atom cloud cooled to 450 nK, with a peak density of $3.3 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ and a length of $229 \mu\text{m}$ (corresponding to the cloud in inset (ii) of Fig. 1a). The coupling laser is resonant with the $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ transition and has a power density of 52 mW cm^{-2} . **b**,



Alkalmazások: rezonáns nemlineáris optika

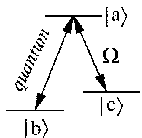
- nagy hatékonyságú frekvenciakonverzió
- néhány-fotonos optikai kapcsoló
- nagyon gyenge mágneses terek mérése
- fényimpulzus koherens tárolása („stopping of light”)
- ...

Alkalmazások: rezonáns nemlineáris optika

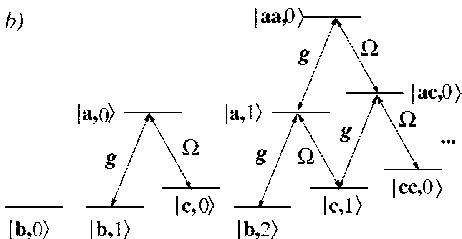
- nagy hatékonyságú frekvenciakonverzió
- néhány-fotonos optikai kapcsoló
- nagyon gyenge mágneses terek mérése
- fényimpulzus koherens tárolása („stopping of light”)
- ...

Kollektív atomi állapotok

a)



b)



- gázcella atomjai kölcsönhatnak klasszikus és kvantált térrel (a)

- a mezők az atomok Dicke-típusú, teljesen szimmetrikus állapotait csatolják (b)

$$|b\rangle = |b_1, b_2, \dots, b_N\rangle,$$

$$|a(c)\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N |b_1, \dots, a_j(c_j), \dots, b_N\rangle,$$

$$|aa\rangle = \frac{1}{\sqrt{2N(N-1)}} \sum_{i \neq j=1}^N |b_1, \dots, a_i, \dots, a_j, \dots, b_N\rangle,$$

Dinamika a sötét altérben

- definiálhatók sötét állapotok

$$|D, 1\rangle = \cos(\vartheta(t))|\mathbf{b}, 1\rangle - \sin(\vartheta(t))|\mathbf{c}, 0\rangle$$

$$\vdots$$

$$|D, n\rangle = \sum_{k=0}^n \sqrt{\binom{n}{k}} (\cos \vartheta)^{n-k} (-\sin \vartheta)^k |\mathbf{c}^k, n-k\rangle$$

- adiabatikus közelítésben a rendszer adiabatikusan követi a sötét állapotot

$$\vartheta : 0 \rightarrow \pi/2, (n \leq N), \quad |D, n\rangle : |\mathbf{b}, n\rangle \rightarrow |\mathbf{c}^n, 0\rangle$$

- kvantummechanikai leírás: Heisenberg kép + Maxwell egyenlet a kvantált térre

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{E}(t, z) = igN\tilde{\sigma}_{ba}(t, z)$$

Sötét-állapot polaritonok

- definiáljunk két új kvantált mezőt (polaritont)

$$\hat{\psi} = \cos(\vartheta(t))\hat{E}(t, z) - \sin(\vartheta)\sqrt{N}\tilde{\sigma}_{bc}(t, z)e^{i\Delta k}, \quad \text{sötét,}$$

$$\hat{\phi} = \sin(\vartheta(t))\hat{E}(t, z) + \cos(\vartheta)\sqrt{N}\tilde{\sigma}_{bc}(t, z)e^{i\Delta k}, \quad \text{fényes,}$$

$$\text{ahol } \tan \vartheta(t) = \frac{g\sqrt{N}}{\Omega(t)}$$

- adiabatikus határesetben ($\varepsilon \equiv g\sqrt{N}T \ll 1$) $\hat{\phi} = 0$ és

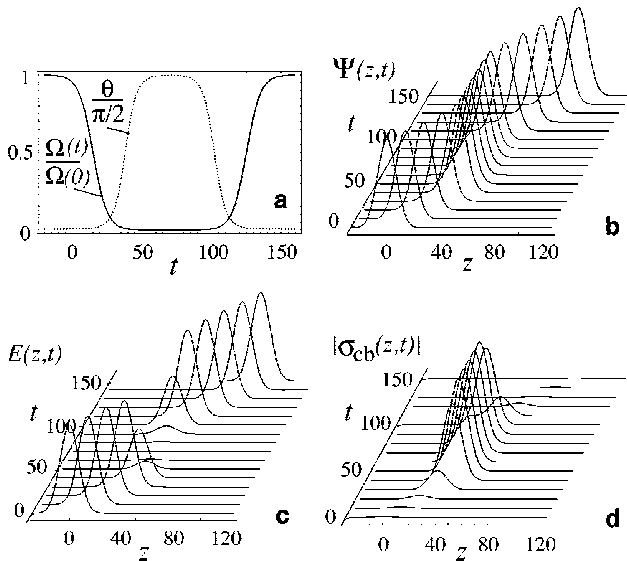
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \cos^2 \vartheta(t) \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{\psi}(t, z) = 0$$

- továbbá $\hat{E}(t, z) = \cos \vartheta(t)\hat{\psi}(t, z)$, $\sqrt{N}\tilde{\sigma}_{bc}(t, z) = -\sin \vartheta(t)\hat{\psi}(t, z)e^{-i\Delta kz}$

- megoldás

$$\hat{\psi}(t, z) = \hat{\psi} \left(0, z - c \int \cos^2 \vartheta(\tau) d\tau \right)$$

Időfejlődés



Köszönöm a figyelmet!